Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour consulter tous nos sujets d'annales et corrigés du Bac Général Maths + HGGSP, veuillez visiter :
bac-maths-hggsp.fr/annales-sujets-et-corriges

Baccalauréat épreuve de spécialité (terminale)

Corrigé

Voie générale – spécialité J2 – Asie – 10 juin 2026

A. P. M. E. P.

Exercice 1 : 5 points

Partie A

1. La fonction $f : x \mapsto \dfrac{x-2}{2x-3}$ est dérivable sur $]-\infty\ ;\ \frac{3}{2}[$ en tant que quotient de fonctions polynomiales, le dénominateur étant non nul. On a :

$$\begin{aligned} f'(x) &= \frac{1\times(2x-3)-(x-2)\times 2}{(2x-3)^2} \\ &= \frac{2x-3-2x+4}{(2x-3)^2} \\ &= \frac{1}{(2x-3)^2} \end{aligned}$$

Pour tout $x \in]-\infty\ ;\ \frac{3}{2}[$, $(2x-3)^2 > 0$, donc $f'(x) > 0$. La fonction f est strictement croissante sur l'intervalle $]-\infty\ ;\ \frac{3}{2}[$.

Étudions les limites de f aux bornes de son ensemble de définition :

- Limite en $-\infty$:

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{x-2}{2x-3} \\ &= \frac{x\left(1-\dfrac{2}{x}\right)}{x\left(2-\dfrac{3}{x}\right)} \\ &= \frac{1-\frac{2}{x}}{2-\frac{3}{x}}, \end{aligned}$$

donc puisque $\lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{2}{x} = \lim\limits_{x\to-\infty}\dfrac{3}{x} = 0$, on en déduit que $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \dfrac{1}{2}$ (quotient de limites)

- Limite en $\frac{3}{2}$, $x < \frac{3}{2}$:

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{\substack{x\to\frac{3}{2}\\ x<\frac{3}{2}}} x-2 = -\dfrac{1}{2} \\ \lim\limits_{\substack{x\to\frac{3}{2}\\ x<\frac{3}{2}}} 2x-3 = 0^- \end{array}\right\} \Rightarrow \lim_{\substack{x\to\frac{3}{2}\\ x<\frac{3}{2}}} f(x) = +\infty \text{ (quotient de limites)}$$

On en déduit donc le tableau de variations suivant :

x	$-\infty$		$\frac{3}{2}$
$f'(x)$	$+$		
f	$\frac{1}{2}$	$\nearrow$	$+\infty$

2. Sur l'intervalle $[-\infty\,;\,\frac{3}{2}]$, donc a fortiori sur l'intervalle $[0\,;1]$ la fonction f est strictement croissante. Ainsi :

$$\begin{array}{rcl} 0 \leqslant x \leqslant 1 & \Longrightarrow & f(0) \leqslant f(x) \leqslant f(1) \\ & \Longrightarrow & \dfrac{-2}{-3} \leqslant f(x) \leqslant \dfrac{-1}{-1} \\ & \Longrightarrow & \dfrac{2}{3} \leqslant f(x) \leqslant 1 \end{array}$$

Puisque $\frac{2}{3} \geqslant 0$, on en déduit que pour tout $x \in [0\ ;\ 1]$, $f(x) \in [0\ ;\ 1]$.

Partie B

1. Démontrons par récurrence que pour tout entier naturel n, $0 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 1$.

- **Initialisation :** Pour $n = 0$, on a $u_0 = 0$ et $u_1 = f(0) = \frac{2}{3}$. On a bien $0 \leqslant 0 \leqslant \frac{2}{3} \leqslant 1$, soit $0 \leqslant u_0 \leqslant u_1 \leqslant 1$. La propriété est initialisée.
- **Hérédité :** Soit $n \in \mathbb{N}$, tel que $0 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 1$
  La fonction f étant strictement croissante sur $[0\ ;\ 1]$, elle conserve l'ordre, on a donc :

$$\begin{array}{rcl} & & 0 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 1 \\ \Longrightarrow & & f(0) \leqslant f(u_n) \leqslant f(u_{n+1}) \leqslant f(1) \\ \Longrightarrow & & \frac{2}{3} \leqslant u_{n+1} \leqslant u_{n+2} \leqslant 1 \end{array}$$

  Comme $0 \leqslant \frac{2}{3}$, on obtient $0 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_{n+2} \leqslant 1$. L'encadrement est vrai au rang $n+1$.
- **Conclusion :** L'encadrement est vrai au rang 0 et s'il est vrai à un rang supérieur ou égal à 0, il l'est aussi au rang suivant : par le principe de récurrence :
  Pour tout entier naturel n, $0 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 1$.

2. Le résultat précédent montre :
– que $u_n \leqslant u_{n+1}$ donc que la suite (u_n) est croissante et
– majorée par 1 puisque tous ses termes le sont.
D'après le théorème de convergence monotone, la suite (u_n) converge vers une limite réelle ℓ vérifiant $0 \leqslant \ell \leqslant 1$.

3. La fonction f étant continue, la limite ℓ est solution de l'équation $f(x) = x$.

$$\begin{array}{rcl} \dfrac{x-2}{2x-3} = x & \Longleftrightarrow & x-2 = x(2x-3) \\ & \Longleftrightarrow & x-2 = 2x^2-3x \\ & \Longleftrightarrow & 2x^2-4x+2 = 0 \\ & \Longleftrightarrow & 2(x-1)^2 = 0 \\ & \Longleftrightarrow & (x-1)^2 = 0 \\ & \Longleftrightarrow & (x-1) = 0 \\ & \Longleftrightarrow & x = 1 \end{array}$$

On en déduit que $\ell = 1$ et donc que la suite (u_n) converge vers 1.

4. La fonction `seuil(0.0001)` renvoie la plus petite valeur de l'entier n telle que $u_n \geqslant 1 - 0{,}000\,1$, c'est-à-dire $u_n \geqslant 0{,}999\,9$. La valeur 5 000 signifie que c'est à partir du rang $n = 5\,000$ que les termes de la suite dépassent 0,999 9.

5. **a.** Les premiers termes sont :

$$\begin{array}{rcl} u_0 & = & 0 \\ u_1 & = & \frac{2}{3} \\ u_2 & = & \dfrac{\frac{2}{3}-2}{2\left(\frac{2}{3}\right)-3} = \dfrac{-\frac{4}{3}}{-\frac{5}{3}} = \frac{4}{5} \\ u_3 & = & \dfrac{\frac{4}{5}-2}{2\left(\frac{4}{5}\right)-3} = \dfrac{-\frac{6}{5}}{-\frac{7}{5}} = \frac{6}{7} \end{array}$$

b. On peut conjecturer que $u_n = \dfrac{2n}{2n+1}$.
Démontrons-le par récurrence :

- **Initialisation :** Pour $n = 0$, $\frac{2\times 0}{2\times 0+1} = \frac{0}{1} = 0 = u_0$. La propriété est vraie au rang 0.
- **Hérédité :** Soit $n \in \mathbb{N}$, tel que $u_n = \frac{2n}{2n+1}$.

$$\begin{array}{rcl} u_{n+1} & = & f(u_n) = \frac{\frac{2n}{2n+1}-2}{2\left(\frac{2n}{2n+1}\right)-3} \\ & = & \frac{\frac{2n-2(2n+1)}{2n+1}}{\frac{4n-3(2n+1)}{2n+1}} \\ & = & \frac{2n-4n-2}{4n-6n-3} \\ & = & \frac{-2n-2}{-2n-3} \\ & = & \frac{2n+2}{2n+3} \\ & = & \frac{2n+2}{2n+2+1} \\ u_{n+1} & = & \dfrac{2(n+1)}{2(n+1)+1} \end{array}$$

La relation est vraie au rang $n+1$.

- La relation est vraie au rang 0 et si elle est vraie au rang $n \geqslant 0$, elle l'est aussi au rang $n+1$. Par le principe de récurrence on a donc montré que :

$$\text{quel que soit } n \in \mathbb{N},\ u_n = \frac{2n}{2n+1}$$

EXERCICE 2 — 5 POINTS

Partie A

1. L'épreuve consiste en la répétition de $n = 16$ lancers francs identiques et indépendants. Chaque lancer est une épreuve de Bernoulli avec deux issues : succès (probabilité $p = 0{,}492$) ou échec. La variable aléatoire X compte le nombre de succès. X suit donc la loi binomiale de paramètres $n = 16$ et $p = 0{,}492$, notée $\mathscr{B}(16\ ;\ 0{,}492)$.

2. L'espérance est donnée par :

$$\begin{array}{rcl} E(X) & = & n \times p \\ & = & 16 \times 0{,}492 \\ & = & 7{,}872 \end{array}$$

En moyenne, sur 16 000 tirs, le joueur réussira environ 7 872 lancers francs .

3. Calcul de la probabilité d'avoir exactement 5 succès :

$$\begin{array}{rcl} P(X=5) & = & \binom{16}{5} \times (0{,}492)^5 \times (1-0{,}492)^{16-5} \\ P(X=5) & \approx & 0{,}073 \end{array}$$

4. Probabilité de réussir au moins 6 lancers francs :

$$\begin{array}{rcl} P(X \geqslant 6) & = & 1 - P(X \leqslant 5) \\ & \approx & 1 - 0{,}117 \\ P(X \geqslant 6) & \approx & 0{,}883 \end{array}$$

Partie B

1. Le joueur effectue 3 lancers francs. La variable Y peut donc prendre les valeurs $0, 1, 2, 3$.

2. Y suit la loi binomiale $\mathscr{B}(3\ ;\ p)$.

$$\begin{array}{rcl} P(Y=2) & = & \binom{3}{2} p^2 (1-p)^1 \\ & = & 3p^2(1-p) \\ & = & 3p^2 - 3p^3 \end{array}$$

3. Loi de probabilité de Y :

y_i	0	1	2	3
$P(Y=y_i)$	$(1-p)^3$	$3p(1-p)^2$	$3p^2(1-p)$	p^3

4. Calcul de $P(Y \geqslant 2)$:

$$\begin{aligned} P(Y \geqslant 2) &= P(Y=2)+P(Y=3) \\ &= (3p^2-3p^3)+p^3 \\ &= -2p^3+3p^2 \end{aligned}$$

5. a. Étude de $f(x)=-2x^3+3x^2$ sur $[0\ ;\ 1]$.

$$\begin{aligned} f'(x) &= -6x^2+6x \\ &= 6x(1-x) \end{aligned}$$

Sur $[0\ ;\ 1]$, $6x \geqslant 0$, $f'(x)$ est donc du signe de $1-x$. Or

$$1-x>0 \iff 1>x.$$

On a donc pour $x \in [0\ ;\ 1[$, $f'(x)>0$. La fonction f est donc strictement croissante sur $[0\ ;\ 1]$.

x	0		1
$f'(x)$		+	0
f	0	↗	1

b. Sur l'intervalle $[0\ ;\ 1]$, la fonction f est continue et strictement croissante. De plus, $f(0)=0$ et $f(1)=1$. Puisque $0{,}9 \in [0\ ;\ 1]$, d'après le corollaire du théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $f(x)=0{,}9$ admet une unique solution α sur $[0\ ;\ 1]$.

c. À l'aide de la calculatrice :

$$\begin{array}{rcl} f(0{,}80) &=& 0{,}896 \\ f(0{,}81) &=& 0{,}905 \end{array} \implies f(0{,}80)<0{,}9<f(0{,}81)$$

L'encadrement est donc $0{,}80 \leqslant \alpha \leqslant 0{,}81$.

d. La valeur α représente la probabilité de réussite minimale qu'un joueur doit avoir sur un lancer franc pour que sa probabilité de réussir au moins 2 lancers sur 3 soit égale à 90 %.

Exercice 3 — 5 points

1. a. Les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ont pour coordonnées :

$$\overrightarrow{AB} \quad \begin{pmatrix} -1-1 \\ 3-2 \\ 1-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix}$$

$$\overrightarrow{AC} \quad \begin{pmatrix} 2-1 \\ 1-2 \\ 6-3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \\ 3 \end{pmatrix}$$

Leurs coordonnées ne sont pas proportionnelles. Les vecteurs ne sont pas colinéaires, les points A, B et C ne sont pas alignés et définissent donc un plan.

b. Calculons les produits scalaires :

$$\begin{aligned}\overrightarrow{n}\cdot\overrightarrow{\text{AB}} &= 1\times(-2)+4\times 1+1\times(-2)=-2+4-2=0\\ \overrightarrow{n}\cdot\overrightarrow{\text{AC}} &= 1\times 1+4\times(-1)+1\times 3=1-4+3=0\end{aligned}$$

Le vecteur $\overrightarrow{n}$ est orthogonal à deux vecteurs non colinéaires du plan (ABC), il est donc normal à ce plan.

c. Une équation du plan (ABC) est de la forme $x+4y+z+d=0$. Le point A$(1\ ;\ 2\ ;\ 3)$ appartient au plan, donc :

$$1+4\times 2+3+d = 0 \iff 12+d=0 \iff d=-12$$

Une équation cartésienne est : $x+4y+z-12=0$.

2. a. La droite (d) est dirigée par le vecteur normal $\overrightarrow{n}(1\ ;\ 4\ ;\ 1)$ et passe par D$(3\ ;\ -2\ ;\ -1)$. Une représentation paramétrique est :

$$\begin{cases} x &= 3+t\\ y &= -2+4t\\ z &= -1+t\end{cases}, t\in\mathbb{R}$$

b. Le point H appartient à (d), il existe donc $t\in\mathbb{R}$ tel que $\begin{cases} x_{\text{H}}=3+t\\ y_{\text{H}}=-2+4t\\ z_{\text{H}}=-1+t\end{cases}$

De plus H appartient au plan (ABC), ses coordonnées vérifient donc l'équation du plan (ABC) : $x_{\text{H}}+4y_{\text{H}}+z_{\text{H}}-12=0$. On en déduit que t est solution de :

$$\begin{aligned}(3+t)+4(-2+4t)+(-1+t)-12 &= 0\\ 3+t-8+16t-1+t-12 &= 0\\ 18t-18 &= 0\\ t &= 1\end{aligned}$$

Les coordonnées de H sont donc $x_{\text{H}}=3+1=4$, $y_{\text{H}}=-2+4(1)=2$, $z_{\text{H}}=-1+1=0$. Soit H$(4\,;2\,;0)$.

c. La distance de D au plan (ABC) correspond à la longueur DH :

$$\begin{aligned}\text{DH} &= \sqrt{(4-3)^2+(2-(-2))^2+(0-(-1))^2}\\ &= \sqrt{1^2+4^2+1^2}\\ &= \sqrt{18}=3\sqrt{2}\end{aligned}$$

3. a. On sait que $\overrightarrow{\text{AB}}\cdot\overrightarrow{\text{AC}}=\text{AB}\times\text{AC}\times\cos(\widehat{\text{BAC}})$.

$$\begin{aligned}\overrightarrow{\text{AB}}\cdot\overrightarrow{\text{AC}} &= -2(1)+1(-1)-2(3)=-9\\ \text{AB} &= \sqrt{(-2)^2+1^2+(-2)^2}=\sqrt{9}=3\\ \text{AC} &= \sqrt{1^2+(-1)^2+3^2}=\sqrt{11}\end{aligned}$$

D'où :

$$\begin{aligned}-9 &= 3\times\sqrt{11}\times\cos(\widehat{\text{BAC}})\\ \cos(\widehat{\text{BAC}}) &= \frac{-9}{3\sqrt{11}}=\frac{-3}{\sqrt{11}}=\frac{-3\sqrt{11}}{11}\end{aligned}$$

b. Sachant que $\cos^2(\widehat{\text{BAC}})+\sin^2(\widehat{\text{BAC}})=1$:

$$\begin{aligned}\sin^2(\widehat{\text{BAC}}) &= 1-\left(-\tfrac{3}{\sqrt{11}}\right)^2\\ &= 1-\tfrac{9}{11}=\frac{2}{11}\end{aligned}$$

L'angle $\widehat{\text{BAC}}$ étant dans $[0\ ;\ \pi]$, son sinus est positif : $\sin(\widehat{\text{BAC}})=\dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{11}}$.

c. L'aire du triangle ABC est donnée par :

$$\begin{aligned}\mathscr{A} &= \tfrac{1}{2}\times \text{AB}\times \text{AC}\times \sin(\widehat{\text{BAC}})\\ &= \tfrac{1}{2}\times 3\times \sqrt{11}\times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{11}}\\ &= \frac{3\sqrt{2}}{2}\end{aligned}$$

4. Le volume du tétraèdre ABCD est :

$$\begin{aligned}\mathscr{V} &= \frac{1}{3}\times \mathscr{A}_{\text{ABC}}\times \text{DH}\\ &= \tfrac{1}{3}\times \frac{3\sqrt{2}}{2}\times 3\sqrt{2}\\ &= \tfrac{1}{3}\times \frac{18}{2}\\ &= 3\end{aligned}$$

Exercice 4 — 5 points

1. Affirmation 1 : Fausse.

Calculons la dérivée seconde de $f(x) = (-0{,}5x+3)^5$. (on rappelle que $(u^n)' = nu^{n-1}u'$)

$$\begin{aligned}f'(x) &= 5\times(-0{,}5)\times(-0{,}5x+3)^4 = -2.5(-0{,}5x+3)^4\\ f''(x) &= -2{,}5\times 4\times(-0{,}5)\times(-0{,}5x+3)^3 = 5(-0{,}5x+3)^3\end{aligned}$$

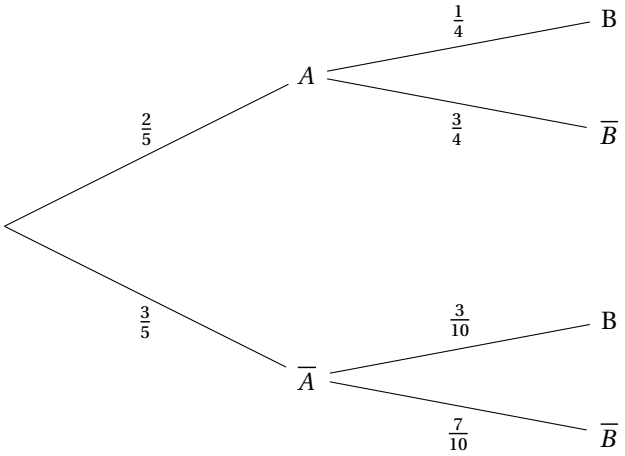
Pour $x = 10$, on a $f''(10) = 5(-5+3)^3 = 5(-8) = -40 < 0$. La dérivée seconde n'est pas positive sur tout $\mathbb{R}$, la fonction n'est donc pas convexe sur $\mathbb{R}$.

2. Affirmation 2 : Vraie.

Il y a 4 multiples de 8 parmi les 32 jetons $\{8, 16, 24, 32\}$. Le nombre de tirages contenant au moins un multiple de 8 est le nombre total de tirages moins le nombre de tirages ne contenant aucun multiple de 8 (tirage parmi les 28 autres jetons).

$$\begin{aligned}\text{Nombre total} &= \tbinom{32}{5} = 201\,376\\ \text{Sans multiple de 8} &= \tbinom{28}{5} = 98\,280\\ \text{Au moins un} &= 201\,376 - 98\,280 = 103\,096\end{aligned}$$

3. Affirmation 3 : Fausse. Complétons l'arbre fourni par l'énoncé.



On peut dans un premier temps calculer $p(B)$ par la formule de probabilités totales :

$$p(B) = p(A\cap B) + p\left(\overline{A}\cap B\right) = \frac{2}{5}\times\frac{1}{4} + \frac{3}{5}\times\frac{3}{10} = \frac{1}{10} + \frac{9}{50} = \frac{14}{50}$$

On en déduit que :

$$p_B\left(\overline{A}\right) = \frac{p\left(\overline{A} \cap B\right)}{p(B)} = \frac{\frac{9}{50}}{\frac{14}{50}} = \frac{9}{14}$$

4. Affirmation 4 : Vraie.

Vérifions si $h(x) = \mathrm{e}^{-x}\sin(x)$ vérifie $h'(x) + h(x) = \mathrm{e}^{-x}\cos(x)$.

$$\begin{aligned} h'(x) &= -\mathrm{e}^{-x}\sin(x) + \mathrm{e}^{-x}\cos(x) \\ h'(x) + h(x) &= (-\mathrm{e}^{-x}\sin(x) + \mathrm{e}^{-x}\cos(x)) + \mathrm{e}^{-x}\sin(x) \\ h'(x) + h(x) &= \mathrm{e}^{-x}\cos(x) \end{aligned}$$

La fonction h est bien une solution particulière.

5. Affirmation 5 : Fausse.

Les solutions de (E) sont la somme de la solution particulière $h(x)$ et des solutions de l'équation homogène associée $y' + y = 0$. Les solutions de l'équation homogène sont de la forme $C\mathrm{e}^{-x}$. L'ensemble des solutions de (E) est donc constitué des fonctions de la forme $y(x) = C\mathrm{e}^{-x} + \mathrm{e}^{-x}\sin(x)$, ce qui est différent de l'expression proposée.

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.