Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour consulter tous nos sujets d'annales et corrigés du Bac Général Maths + HGGSP, veuillez visiter :
bac-maths-hggsp.fr/annales-sujets-et-corriges

# Corrigé du bac général 2026
# Spécialité Mathématiques – Métropole – Jour 2

## BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

**SESSION 2026**

## MATHÉMATIQUES

Durée de l'épreuve : 4 heures

*L'usage de la calculatrice avec mode examen actif est autorisé.*

*L'usage de la calculatrice sans mémoire, « type collège », est autorisé.*

Correction proposée par un professeur de mathématiques pour le site sujetdebac.fr

Pour accéder à d'autres sujets et corrigés de spé maths au baccalauréat :
www.sujetdebac.fr/annales/specialites/spe-mathematiques/

## EXERCICE 1 (5 points)

**1.** On calcule deux vecteurs du plan passant par $A$, $B$ et $C$ :

$$\overrightarrow{AB} = (1; -3; -1) \qquad \text{et} \qquad \overrightarrow{AC} = (-2; -2; 0)$$

Ces deux vecteurs ne sont pas colinéaires, par exemple leurs troisièmes coordonnées ne peuvent pas être proportionnelles puisque $-1 \neq 0$.

Les points $A$, $B$ et $C$ ne sont donc pas alignés. Ils définissent bien un plan.

**2. a.** On note $\vec{n} = (1; -1; 4)$.

On vérifie que $\vec{n}$ est orthogonal à deux vecteurs non colinéaires du plan :

$$\vec{n} \cdot \overrightarrow{AB} = 1 \times 1 + (-1) \times (-3) + 4 \times (-1) = 1 + 3 - 4 = 0$$

$$\vec{n} \cdot \overrightarrow{AC} = 1 \times (-2) + (-1) \times (-2) + 4 \times 0 = -2 + 2 = 0$$

Le vecteur $\vec{n}$ est donc normal au plan $(ABC)$.

**2. b.** Comme $\vec{n} = (1; -1; 4)$ est un vecteur normal au plan, une équation cartésienne du plan est de la forme :

$$x - y + 4z + d = 0$$

Le point $A(2; 1; 1)$ appartient au plan, donc :

$$2 - 1 + 4 + d = 0$$

$$\Leftrightarrow d = -5$$

Ainsi, une équation cartésienne du plan $(ABC)$ est :

$$x - y + 4z - 5 = 0$$

**3.** La droite Δ passe par $D(0; 0; 2)$ et est orthogonale au plan $(ABC)$. Elle a donc pour vecteur directeur un vecteur normal au plan, par exemple $\vec{n} = (1; -1; 4)$.

Une représentation paramétrique de Δ est donc :

$$\begin{cases} x = 0 + t \\ y = 0 - t \\ z = 2 + 4t \end{cases} \qquad t \in \mathbb{R}$$

C'est-à-dire :

$$\begin{cases} x = t \\ y = -t \\ z = 2 + 4t \end{cases} \qquad t \in \mathbb{R}$$

**4.** Le projeté orthogonal $H$ de $D$ sur le plan $(ABC)$ est le point d'intersection entre la droite $\Delta$ et le plan $(ABC)$.

On remplace donc $x$, $y$ et $z$ par leurs expressions paramétriques dans l'équation du plan :

$$t-(-t)+4(2+4t)-5=0$$

$$\Leftrightarrow 2t+8+16t-5=0$$

$$\Leftrightarrow 18t+3=0$$

$$\Leftrightarrow t=-\frac{1}{6}$$

On en déduit les coordonnées de $H$ :

$$x=-\frac{1}{6}$$

$$y=\frac{1}{6}$$

$$z=2+4\left(-\frac{1}{6}\right)=2-\frac{2}{3}=\frac{4}{3}$$

Ainsi :

$$H\left(-\frac{1}{6};\frac{1}{6};\frac{4}{3}\right)$$

**5. a.** On calcule la longueur $BA$ :

$$\overrightarrow{BA}=(-1;3;1)$$

$$BA=\sqrt{(-1)^2+3^2+1^2}=\sqrt{11}$$

On calcule la longueur $BC$ :

$$\overrightarrow{BC}=(-3;1;1)$$

$$BC=\sqrt{(-3)^2+1^2+1^2}=\sqrt{11}$$

Donc $BA=BC$. Le triangle $ABC$ est donc isocèle en $B$.

**5. b.** On utilise la base $[AC]$. On a :

$$\overrightarrow{AC}=(-2;-2;0)$$

$$AC=\sqrt{(-2)^2+(-2)^2}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$$

Soit $M$ le milieu de $[AC]$. Comme le triangle est isocèle en $B$, la hauteur issue de $B$ passe par $M$. On obtient :

$$M(1;0;1)$$

$$\overrightarrow{BM} = (-2; 2; 1)$$

$$BM = \sqrt{(-2)^2 + 2^2 + 1^2} = 3$$

L'aire du triangle $ABC$ vaut donc :

$$\mathcal{A}_{ABC} = \frac{AC \times BM}{2} = \frac{2\sqrt{2} \times 3}{2} = 3\sqrt{2}$$

**6. a.** La hauteur du tétraèdre relative à la base $ABC$ est la distance $DH$.

$$\overrightarrow{DH} = \left(-\frac{1}{6}; \frac{1}{6}; -\frac{2}{3}\right)$$

$$DH = \sqrt{\frac{1}{36} + \frac{1}{36} + \frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{18}{36}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

Le volume du tétraèdre vaut donc :

$$V = \frac{1}{3} \times \mathcal{A}_{ABC} \times DH = \frac{1}{3} \times 3\sqrt{2} \times \frac{1}{\sqrt{2}} = 1$$

Le volume du tétraèdre $ABCD$ est égal à $1$.

**6. b.** On prend cette fois le triangle $BCD$ comme base. La hauteur correspondante est la distance du point $A$ au plan $(BCD)$, qui vaut $\sqrt{2}$.

On utilise à nouveau la formule du volume :

$$1 = \frac{1}{3} \times \mathcal{A}_{BCD} \times \sqrt{2}$$

Donc :

$$\mathcal{A}_{BCD} = \frac{3}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}}{2}$$

**7. a.** Le point $D_k(0; 0; k)$ est coplanaire avec $A$, $B$ et $C$ s'il appartient au plan $(ABC)$.

On utilise l'équation du plan :

$$x - y + 4z - 5 = 0$$

Pour $D_k(0; 0; k)$, on obtient :

$$0 - 0 + 4k - 5 = 0$$

$$\Leftrightarrow 4k = 5$$

$$\Leftrightarrow k = \frac{5}{4}$$

Pour $k = \frac{5}{4}$, le point $D_k$ appartient déjà au plan $(ABC)$. Son projeté orthogonal sur ce plan est donc lui-même :

$$D_{\frac{5}{4}}\left(0; 0; \frac{5}{4}\right)$$

**7. b.** Pour que $A$ soit le projeté orthogonal de $D_k$ sur le plan $(ABC)$, il faudrait que la droite $(D_kA)$ soit orthogonale au plan $(ABC)$. Donc le vecteur $\overrightarrow{D_kA}$ devrait être colinéaire à $\vec{n} = (1; -1; 4)$.

Or :

$$\overrightarrow{D_kA} = (2; 1; 1-k)$$

S'il était colinéaire à $\vec{n}$, il existerait un réel $\lambda$ tel que :

$$(2; 1; 1-k) = \lambda(1; -1; 4)$$

Les deux premières coordonnées donneraient :

$$\lambda = 2$$

et en même temps :

$$-\lambda = 1$$

Ce qui est impossible.

Il n'existe donc aucune valeur de $k$ telle que $A$ soit le projeté orthogonal de $D_k$ sur le plan $(ABC)$.

## EXERCICE 2 (5 points)

### Partie A : modèle discret

**1.** On utilise la relation de récurrence :

$$V_{n+1} = 0{,}995V_n + 6$$

Comme $V_0 = 0$, on obtient :

$$V_1 = 0{,}995 \times 0 + 6 = 6$$

Puis :

$$V_2 = 0{,}995 \times 6 + 6 = 11{,}97$$

**2.** Le programme doit partir de $V_0 = 0$, puis appliquer $n$ fois la relation de récurrence.

```
def volume(n):
    v = 0
    for k in range(n):
        v = 0.995*v + 6
    return v
```

**3.** On montre par récurrence que, pour tout entier naturel $n$ :

$$V_n \leq V_{n+1} \leq 1200$$

Initialisation : pour $n = 0$,

$$V_0 = 0 \qquad \text{et} \qquad V_1 = 6$$

Donc :

$$V_0 \leq V_1 \leq 1200$$

La propriété est vraie au rang $0$.

Hérédité : on suppose que, pour un certain entier naturel $n$,

$$V_n \leq V_{n+1} \leq 1200$$

On veut montrer que :

$$V_{n+1} \leq V_{n+2} \leq 1200$$

D'abord,

$$V_{n+2} = 0{,}995V_{n+1} + 6$$

Comme $V_{n+1} \leq 1200$, on a :

$$V_{n+2} \leq 0{,}995 \times 1200 + 6 = 1200$$

Donc :

$$V_{n+2} \leq 1200$$

Ensuite,

$$V_{n+2} - V_{n+1} = 0{,}995V_{n+1} + 6 - V_{n+1} = 6 - 0{,}005V_{n+1} = 0{,}005(1200 - V_{n+1})$$

Or $V_{n+1} \leq 1200$, donc :

$$1200 - V_{n+1} \geq 0$$

Ainsi :

$$V_{n+2} - V_{n+1} \geq 0$$

$$\Leftrightarrow V_{n+1} \leq V_{n+2}$$

La propriété est héréditaire.

Conclusion : Par récurrence, pour tout entier naturel $n$,

$$V_n \leq V_{n+1} \leq 1200$$

**4.** La suite $(V_n)$ est croissante, car $V_n \leq V_{n+1}$ pour tout $n$. Elle est aussi majorée par $1200$.

Une suite croissante et majorée est convergente. On note $\ell$ sa limite.

En passant à la limite dans la relation :

$$V_{n+1} = 0{,}995V_n + 6$$

on obtient :

$$\ell = 0{,}995\ell + 6$$

$$\Leftrightarrow 0{,}005\ell = 6$$

$$\Leftrightarrow \ell = 1200$$

Donc la suite $(V_n)$ converge vers $1200$.

## Partie B : modèle continu

**1. a.** L'équation différentielle est :

$$y' = -0{,}005y + 6$$

On cherche d'abord une solution constante. Si $y(t) = a$, alors $y'(t) = 0$, donc :

$$0 = -0{,}005a + 6$$

$$\Leftrightarrow a = \frac{6}{0{,}005} = 1200$$

Les solutions de l'équation différentielle sont donc de la forme :

$$y(t) = 1200 + Ce^{-0{,}005t}$$

où $C$ est une constante réelle.

**1. b.** On sait que $v(0) = 0$. Donc :

$$0 = 1200 + Ce^0$$

$$\Leftrightarrow C = -1200$$

Ainsi, pour tout $t \geq 0$,

$$v(t) = 1200 - 1200e^{-0{,}005t} = 1200(1 - e^{-0{,}005t})$$

**1. c.** Comme :

$$\lim_{t\to+\infty} e^{-0{,}005t} = \lim_{t\to+\infty} \frac{1}{e^{0{,}005t}} = 0$$

on obtient :

$$\lim_{t\to+\infty} v(t) = 1200$$

**1. d.** On dérive l'expression de $v$ :

$$v'(t) = 1200 \times 0{,}005e^{-0{,}005t} = 6e^{-0{,}005t}$$

Pour tout $t \geq 0$, on a :

$$e^{-0{,}005t} > 0$$

Donc :

$$v'(t) > 0$$

La fonction $v$ est donc strictement croissante sur $[0; +\infty[$.

**2.** Le bassin contient $30\,000$ litres d'eau. Un taux de $5\%$ correspond à :

$$0{,}05 \times 30000 = 1500$$

Il faudrait donc dépasser $1500$ litres de substance polluante pour nécessiter un nettoyage complet.

Or, d'après la question précédente, $v$ est croissante et converge vers $1200$. Le volume de substance polluante ne dépassera donc jamais $1200$ litres.

Le propriétaire ne devra pas procéder à un nettoyage complet selon ce modèle.

**3.** On cherche l'instant à partir duquel le volume dépasse $50$ litres. On commence par résoudre :

$$v(t) = 50$$

$$\Leftrightarrow 1200(1 - e^{-0{,}005t}) = 50$$

$$\Leftrightarrow 1 - e^{-0{,}005t} = \frac{50}{1200}$$

$$\Leftrightarrow 1 - e^{-0{,}005t} = \frac{1}{24}$$

$$\Leftrightarrow e^{-0{,}005t} = \frac{23}{24}$$

On applique le logarithme népérien :

$$\Leftrightarrow -0{,}005t = \ln\left(\frac{23}{24}\right)$$

$$\Leftrightarrow t = \frac{-\ln\left(\frac{23}{24}\right)}{0{,}005}$$

Comme $\frac{1}{0{,}005} = 200$, on peut écrire :

$$\Leftrightarrow t = 200\ln\left(\frac{24}{23}\right)$$

Comme la fonction $v$ est strictement croissante, le volume dépasse $50$ litres pour :

$$t > 200\ln\left(\frac{24}{23}\right)$$

À la calculatrice :

$$200\ln\left(\frac{24}{23}\right) \approx 8{,}512$$

Cela correspond à environ $8$ heures et $31$ minutes.

Le volume de substance polluante dépasse donc $50$ litres au-delà d'environ $8$ h $31$ min.

## EXERCICE 3 (4 points)

**1. Affirmation 1 : vraie.**

On cherche ici la probabilité conditionnelle $P_F(O)$.

On sait que :

$$P(O) = 0{,}52$$

$$P_O(F) = 0{,}32$$

$$P(F) = 0{,}20$$

On calcule :

$$P_F(O) = \frac{P(O \cap F)}{P(F)} = \frac{P(O) \times P_O(F)}{P(F)} = \frac{0{,}52 \times 0{,}32}{0{,}20} = 0{,}832$$

**2. Affirmation 2 : fausse.**

On répète $5000$ fois une expérience de Bernoulli, de manière indépendante, avec une probabilité de succès égale à $0{,}062$.

Ainsi :

$$X \sim \mathcal{B}(5000; 0{,}062)$$

À la calculatrice, on obtient :

$$P(X \leq 340) \approx 0{,}962$$

En arrondissant au dixième, cela donne :

$$P(X \leq 340) \approx 1{,}0$$

Ce n'est donc pas égal à $0{,}4$.

**2. Affirmation 3 : vraie.**

On calcule l'espérance et la variance.

$$E(X) = np = 5000 \times 0{,}062 = 310$$

$$V(X) = np(1-p) = 5000 \times 0{,}062 \times 0{,}938 = 290{,}78$$

L'évènement « $X$ est strictement compris entre $230$ et $390$ » s'écrit :

$$230 < X < 390$$

Comme $E(X) = 310$, cela revient à écrire :

$$|X - 310| < 80$$

Avec l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev :

$$P(|X - E(X)| \geq 80) \leq \frac{V(X)}{80^2}$$

$$\Leftrightarrow P(|X - 310| \geq 80) \leq \frac{290{,}78}{6400} \approx 0{,}0454$$

Ainsi :

$$P(|X - 310| < 80) \geq 1 - 0{,}0454$$

$$\Leftrightarrow P(|X - 310| < 80) \geq 0{,}9546$$

Or :

$$0{,}9546 > 0{,}95$$

On peut donc bien affirmer, avec l'inégalité de Bienaymé-Tchebychev, qu'il y a plus de $95\%$ de chance que $X$ soit strictement compris entre $230$ et $390$.

**3. Affirmation 4 : vraie.**

Pour former une équipe, il faut choisir $2$ musiciens professionnels parmi les $4$, puis $3$ personnes non musiciennes professionnelles parmi les $6$ restantes.

Le nombre d'équipes possibles est donc :

$$\binom{4}{2} \times \binom{6}{3} = 6 \times 20 = 120$$

On peut donc former $120$ équipes différentes.

## EXERCICE 4 (6 points)

### Partie A

**1. a.** La tangente à la courbe au point $C$, d'abscisse $1$, est parallèle à l'axe des abscisses.

Son coefficient directeur est donc nul, donc :

$$f'(1) = 0$$

**1. b.** La courbe coupe l'axe des abscisses au point $A$, dont l'abscisse est $\frac{1}{2}$.

La solution de l'équation $f(x) = 0$ sur $[0; 3]$ est donc :

$$x = \frac{1}{2}$$

**2.** Le nombre $f'\left(\frac{1}{2}\right)$ est le coefficient directeur de la tangente $T_A$.

Cette tangente passe par les points :

$$A\left(\frac{1}{2}; 0\right) \quad \text{et} \quad B(1; e^2)$$

Donc :

$$f'\left(\frac{1}{2}\right) = \frac{e^2 - 0}{1 - \frac{1}{2}} = 2e^2$$

**3.** Si une courbe représente une primitive $F$ de $f$, alors :

$$F' = f$$

D'après le graphique de $f$, on observe que :

- $f(x) < 0$ sur $\left[0; \frac{1}{2}\right[$
- $f\left(\frac{1}{2}\right) = 0$
- $f(x) > 0$ sur $\left]\frac{1}{2}; +\infty\right[$

Ainsi, une primitive de $f$ doit être décroissante sur $\left[0; \frac{1}{2}\right]$, puis croissante sur $\left[\frac{1}{2}; +\infty\right[$. Elle doit donc admettre un minimum pour $x = \frac{1}{2}$.

Les courbes $C_1$ et $C_2$ vérifient cette propriété. De plus, elles ont la même forme et semblent être des translatées verticales l'une de l'autre, ce qui est cohérent avec le fait que deux primitives d'une même fonction diffèrent d'une constante.

Les deux courbes représentant des primitives de $f$ sont donc $C_1$ et $C_2$.

## Partie B

**1. a.** Pour tout $x \in [0; +\infty[$, on a :

$$f(x) = (2x-1)e^{-2x+3}$$

Or :

$$-2x + 3 = 2 - (2x - 1)$$

Donc :

$$e^{-2x+3} = e^2 e^{-(2x-1)} = \frac{e^2}{e^{2x-1}}$$

Ainsi :

$$f(x) = (2x-1)\frac{e^2}{e^{2x-1}} = e^2 \times \frac{2x-1}{e^{2x-1}}$$

**1. b.** On pose :

$$X = 2x - 1$$

Lorsque $x$ tend vers $+\infty$, alors $X$ tend vers $+\infty$. De plus :

$$f(x) = e^2 \times \frac{X}{e^X}$$

Or on sait par croissances comparées que :

$$\lim_{X\to+\infty} \frac{X}{e^X} = 0$$

Ainsi :

$$\lim_{x\to+\infty} f(x) = 0$$

**2. a.** On dérive $f$ comme un produit :

$$f'(x) = 2e^{-2x+3} + (2x-1)(-2)e^{-2x+3}$$
$$= (2 - 4x + 2)e^{-2x+3}$$
$$= (-4x + 4)e^{-2x+3}$$

**2. b.** Pour tout $x \in [0; +\infty[$, on a :

$$e^{-2x+3} > 0$$

Le signe de $f'(x)$ est donc celui de $-4x + 4$.

$$-4x + 4 = 0 \Leftrightarrow x = 1$$

Ainsi, $f'(x) > 0$ sur $[0; 1[$, puis $f'(x) < 0$ sur $]1; +\infty[$.

On calcule les valeurs utiles :

$$f(0) = -e^3$$
$$f(1) = e$$

La fonction $f$ est donc croissante sur $[0; 1]$, puis décroissante sur $[1; +\infty[$.

On obtient le tableau complet des variations :

| $x$ | $0$ | | $1$ | | $+\infty$ |
|---|---|---|---|---|---|
| $f'(x)$ | | $+$ | $0$ | $-$ | |
| $f(x)$ | $-e^3$ | ↗ | $e$ | ↘ | $0$ |

**3.** Le logo est formé par la courbe de $f$ et son symétrique par rapport à l'axe des abscisses.

À l'abscisse $\alpha$, l'ordonnée du point du haut est $f(\alpha)$, et celle du point du bas est $-f(\alpha)$. La hauteur verticale vaut donc :

$$f(\alpha) - (-f(\alpha)) = 2f(\alpha)$$

La contrainte de $0{,}3$ cm se traduit donc par :

$$2f(\alpha) = 0{,}3$$

$$\Leftrightarrow f(\alpha) = 0{,}15$$

Sur l'intervalle $[1; +\infty[$, la fonction $f$ est continue et strictement décroissante. De plus :

$$f(1) = e > 0{,}15$$

et :

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = 0 < 0{,}15$$

D'après le théorème des valeurs intermédiaires, il existe au moins une solution à l'équation $f(x) = 0{,}15$ sur $[1; +\infty[$. Comme $f$ est strictement décroissante sur cet intervalle, cette solution est unique.

À la calculatrice, on obtient :

$$\alpha \approx 3{,}312$$

Donc, au dixième :

$$\alpha \approx 3{,}3$$

## Partie C

**1.** On considère :

$$I = \int_{0,5}^{3,3} (2x - 1)e^{-2x+3}\, dx$$

On effectue une intégration par parties avec :

$$u(x) = 2x - 1 \qquad \text{et} \qquad v'(x) = e^{-2x+3}$$

$$u'(x) = 2 \qquad \text{et} \qquad v(x) = -\frac{1}{2}e^{-2x+3}$$

Donc :

$$I = \left[-\frac{1}{2}(2x-1)e^{-2x+3}\right]_{0,5}^{3,3} + \int_{0,5}^{3,3} e^{-2x+3}\, dx$$

$$= \left[-\frac{1}{2}(2x-1)e^{-2x+3} - \frac{1}{2}e^{-2x+3}\right]_{0,5}^{3,3}$$

$$= [-xe^{-2x+3}]_{0,5}^{3,3}$$

$$= -3{,}3e^{-3{,}6} + \frac{1}{2}e^{2}$$

À la calculatrice :

$$I \approx 3{,}604$$

Donc, arrondie au dixième :

$$I \approx 3{,}6$$

**2.** L'aire du logo correspond à l'aire entre la courbe de $f$ et son symétrique par rapport à l'axe des abscisses.

Sur $[0{,}5; 3{,}3]$, cette aire vaut donc :

$$\mathcal{A} = 2I \approx 2 \times 3{,}6 = 7{,}2$$

L'épaisseur de la plaque est de $0{,}2$ cm, donc le volume vaut :

$$V = \mathcal{A} \times 0{,}2 \approx 7{,}2 \times 0{,}2 = 1{,}44$$

Le volume du porte-clé est donc, arrondi au dixième :

$$V \approx 1{,}4 \text{ cm}^3$$

———

*Pour accéder à d'autres sujets et corrigés de spé maths au baccalauréat :*
*www.sujetdebac.fr/annales/specialites/spe-mathematiques/*

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.