Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour consulter tous nos sujets d'annales et corrigés du Bac Général Maths + HGGSP, veuillez visiter :
bac-maths-hggsp.fr/annales-sujets-et-corriges

Corrigé du bac général 2025
Spécialité Mathématiques
Polynésie Remplacement – Jour 1

BACCALAURÉAT GÉNÉRAL

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

SESSION 2025

MATHÉMATIQUES

Durée de l'épreuve : 4 heures

L'usage de la calculatrice avec mode examen actif est autorisé.

L'usage de la calculatrice sans mémoire, « type collège », est autorisé.

Correction proposée par un professeur de mathématiques pour le site sujetdebac.fr

Pour accéder à d'autres sujets et corrigés de spé mathématiques au baccalauréat :
www.sujetdebac.fr/annales/specialites/spe-mathematiques/

EXERCICE 1 (5 points)

Données de l'énoncé :

$P(A) = 0{,}16$

$P(R \mid A) = 0{,}747$

$P(R \mid \overline{A}) = 0{,}568$

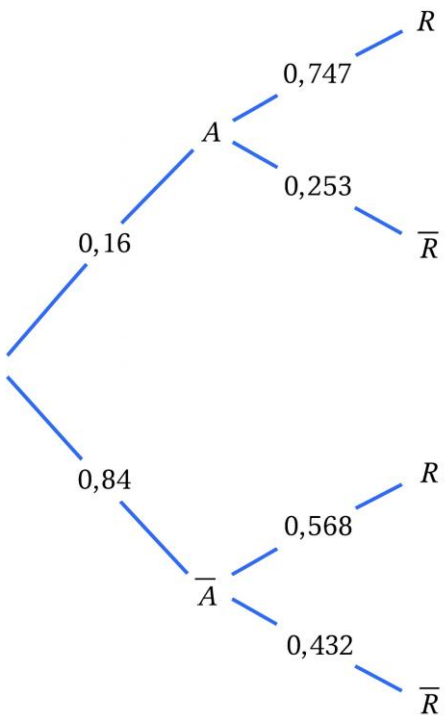
Partie A

1. On calculs les probabilités manquantes et on dessine l'arbre :

$$P(\overline{A}) = 1 - 0{,}16 = 0{,}84$$

$$P(\overline{R} \mid A) = 1 - 0{,}747 = 0{,}253$$

$$P(\overline{R} \mid \overline{A}) = 1 - 0{,}568 = 0{,}432$$



2.a. On applique la formule des probabilités totales :

$$P(R) = P(A \cap R) + P(\bar{A} \cap R)$$

$$= P(A)\, P(R \mid A) + P(\overline{A})\, P(\mathrm{R} \mid \overline{A})$$

$$= 0{,}16 \times 0{,}747 + 0{,}84 \times 0{,}568 = 0{,}59664$$

2.b. En pourcentage : $0{,}597 = 59{,}7\,\%$.

Interprétation : Environ 6 jeunes sur 10 obtiennent le permis du premier coup, toutes formations confondues.

3.

$$P(A \mid R) = \frac{P(A \cap R)}{P(R)} = \frac{0{,}16 \times 0{,}747}{0{,}59664} \approx 0{,}200$$

Donc parmi les reçus du premier coup, environ $20\,\%$ ont suivi la conduite accompagnée.

4. On cherche $x = P(A)$ pour que le taux global dépasse $70\,\%$:

$$P(R) = 0{,}747x + 0{,}568(1 - x) = 0{,}568 + 0{,}179x > 0{,}70$$

$$x > \frac{0{,}70 - 0{,}568}{0{,}179} \approx 0{,}737$$

Il faudrait donc plus de $73{,}7\,\%$ de jeunes en conduite accompagnée pour dépasser $70\,\%$ de réussite globale dès la première tentative.

Partie B

1. On répète 10 épreuves identiques et indépendantes, deux issues, même probabilité p.

$$X \sim \mathcal{B}(10,\ 0{,}747)$$

2. $P(X \geq 6) = 1 - P(X \leq 5) \approx 0{,}918$

Donc il y a environ 91,8% de chances qu'au moins 6 sur 10 réussissent du premier coup.

3. $E(X) = np = 10 \times 0{,}747 = 7{,}47$

$V(X) = np(1 - p) = 10 \times 0{,}747 \times 0{,}253 \approx 1{,}890$

4.a. On pose $Z = X + Y$. Alors :

$E(Z) = E(X) + E(Y) = 7{,}47 + 22{,}53 = 30$ *(linéarité de l'espérance)*

$V(Z) = V(X) + V(Y) \approx 1{,}88991 + 9{,}81 \approx 11{,}700$ *(indépendance)*

4.b. « Moins de 20 ou plus de 40 reçus » équivaut à $|Z - 30| \geq 10$.

Par Bienaymé–Tchebychev :

$$P(|Z - 30| \geq 10) \leq \frac{V(Z)}{10^2} \approx \frac{11{,}700}{100} \approx 0{,}117 < 0{,}12$$

La probabilité demandée est donc inférieure à $0{,}12$, comme requis.

EXERCICE 2 (5 points)

Partie A — Modèle 1

On suppose que y vérifie $y' = 0{,}05\,y - 0{,}5$ et $y(0) = 50$.

1. Résolution de (E_1)

Équation linéaire : $y' - 0{,}05\,y = -0{,}5$

Solution de l'homogène : $y_h(x) = C\,e^{0{,}05x}$

Recherche d'une solution particulière constante $y_p = k$:

$$-0{,}05k = -0{,}5 \Rightarrow k = 10$$

Donc $y(x) = 10 + C\,e^{0{,}05x}$.

Avec $y(0) = 50$, on obtient $C = 40$.

$$y(x) = 10 + 40\,e^{0{,}05x}$$

2. Prévisions du modèle :

$y(5) = 10 + 40e^{0{,}25} \approx 61$

$y(10) = 10 + 40e^{0{,}5} \approx 76$

$y(15) = 10 + 40e^{0{,}75} \approx 95$

Confrontation au tableau :

Année	2000	2005	2010	2015
Nombre d'individus	50	64	80	100
x	0	5	10	15
$y(x)$	50	61	76	95

Le modèle 1 sous-estime légèrement les effectifs aux dates mesurées tout en reproduisant une croissance soutenue.

Partie B — Modèle 2

On considère (E_2) : $y' = 0{,}05\,y(1 - 0{,}00125\,y)$

On pose :

$$f(x) = \frac{800}{1 + 15e^{-0{,}05x}}$$

et l'on dispose des résultats du tableau logiciel (expressions de f, f' et f'').

1. On a :

$$f(0) = \frac{800}{1 + 15e^{0}} = \frac{800}{16} = 50$$

Par ailleurs, en dérivant f, on obtient d'après le tableau du logiciel :

$$f'(x) = \frac{600\, e^{-0{,}05x}}{(1 + 15e^{-0{,}05x})^2}$$

Or :

$$f(x) = \frac{800}{1 + 15e^{-0{,}05x}} \Rightarrow \frac{f(x)}{800} = \frac{1}{1 + 15e^{-0{,}05x}} \Rightarrow 1 - \frac{f(x)}{800} = \frac{15e^{-0{,}05x}}{1 + 15e^{-0{,}05x}}$$

En multipliant ces deux expressions, on obtient :

$$\frac{f(x)}{800}\left(1 - \frac{f(x)}{800}\right) = \frac{1}{1 + 15e^{-0{,}05x}} \cdot \frac{15e^{-0{,}05x}}{1 + 15e^{-0{,}05x}} = \frac{15e^{-0{,}05x}}{(1 + 15e^{-0{,}05x})^2}$$

En multipliant par $800 \cdot 0{,}05 = 40$, il vient :

$$0{,}05\, f(x)\left(1 - \frac{f(x)}{800}\right) = \frac{600\, e^{-0{,}05x}}{(1 + 15e^{-0{,}05x})^2}$$

Le membre de droite est exactement $f'(x)$, donc :

$$f'(x) = 0{,}05\, f(x)\left(1 - \frac{f(x)}{800}\right)$$

Enfin, comme $\frac{1}{800} = 0{,}00125$, alors :

$$f'(x) = 0{,}05\, f(x)(1 - 0{,}00125\, f(x))$$

2. On prend $x = 50$ (années écoulées depuis 2000) :

$$f(50) = \frac{800}{1 + 15e^{-2{,}5}} \approx \frac{800}{1 + 15 \times 0{,}082085} \approx 358{,}5$$

Il y aurait donc 359 individus (à l'unité près) en 2050 d'après ce modèle.

3. On calcule la limite en $+\infty$:

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \frac{800}{1 + 0} = 800$$

La courbe C admet donc l'asymptote horizontale $y = 800$.

Interprétation : la population se stabilise à une capacité limite d'environ 800 individus.

4. D'après l'expression de $f'(x) = \frac{600\,e^{-0{,}05x}}{(1+15e^{-0{,}05x})^2}$, le numérateur et le dénominateur sont strictement positifs (rappel : la fonction exponentielle est strictement positive sur $\mathbb{R}$), donc $f'(x) > 0$ pour tout x.

Ainsi f est croissante sur $[0, +\infty[$.

5. On résout l'inéquation :

$$15e^{-0{,}05x} - 1 \geq 0$$

$$\Leftrightarrow 15e^{-0{,}05x} \geq 1 \;\Leftrightarrow\; e^{-0{,}05x} \geq \frac{1}{15} \;\Leftrightarrow\; -0{,}05x \geq -\ln 15 \;\Leftrightarrow\; x \leq 20\ln 15$$

Cela confirme le résultat de la ligne 4.

6.a. Le logiciel donne :

$$f''(x) = \frac{30\,e^{-0{,}05x}(15e^{-0{,}05x} - 1)}{(1 + 15e^{-0{,}05x})^3}$$

Le signe de f'' est celui de $15e^{-0{,}05x} - 1$. Ainsi :

- $f''(x) > 0$ si $x < 20\ln 15$: f est convexe sur $[0\,;\,20\ln 15[$.
- $f''(x) = 0$ pour $x_0 = 20\ln 15$: point d'inflexion.
- $f''(x) < 0$ si $x > 20\ln 15$: f est concave sur $]20\ln 15\,;\,+\infty[$.

En outre, $e^{-0{,}05x_0} = 1/15$, donc $f(x_0) = \frac{800}{1+15\times 1/15} = 400$.
L'unique point d'inflexion est donc le point de coordonnées $(20\ln 15\,;\;400)$.

6.b. La vitesse de croissance est f'.

Or $f'' > 0$ pour $x < 20\ln 15$ puis $f'' < 0$ au-delà.

Donc f' augmente jusqu'à $x = 20\ln 15$ puis diminue ensuite.

Numériquement, $20\ln 15 \approx 54{,}16$ années après 2000, soit un peu plus de 50 ans.
L'affirmation de la direction est donc juste.

EXERCICE 3 (5 points)

Partie A : Exploitation de programmes Python

1. Script complété :

```
from math import log
def suite(k):
    L = []
    u = 5
    for i in range(k):
        L.append(u)
        u = 2 + log(u**2 - 3)
    return L
```

2. Conjectures :

- la suite semble croissante.
- la suite semble convergente vers une valeur proche de $5{,}164$.

3. La fonction « mystere » renvoie « 1 » si la suite est croissante, et « 0 » s'il existe au moins un rang i pour lequel $L[i] > L[i+1]$.

mystere(10000) renvoie 1 : aucune baisse n'a été détectée sur les 10 000 premières valeurs, ce qui ne contredit pas la conjecture de croissance (au contraire, il l'appuie).

Partie B : Étude de la convergence de (u_n)

1.

$$g'(x) = 0 + \frac{2x}{x^2-3} = \frac{2x}{x^2-3}$$

Sur $[2, +\infty[$, on a $x > 0$ et $x^2 - 3 > 0$, donc $g'(x) > 0$ et g est croissante sur $[2\,;+\infty[$.

2.a. Raisonnement par récurrence pour démontrer la propriété $P(n)$:

$$4 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 6$$

Initialisation : $u_0 = 5 \in [4;6]$

$u_1 = g(u_0) = 2 + \ln(5^2+3) = 2 + \ln(22) \approx 5{,}09 \in [4;6]$

De plus, on a bien $u_1 \geq u_0$.

Donc P est vraie au rang 0.

Hérédité **:** Supposons $P(n)$ vraie rang n : $4 \leq u_n \leq u_{n+1} \leq 6$.

Comme g est croissante sur $[2, +\infty[$, on a :

$$u_{n+2} - u_{n+1} = g(u_{n+1}) - g(u_n) \geq 0$$

Donc $u_{n+2} \geq u_{n+1}$.

En outre, $4 \leq u_{n+1} \leq 6$ implique $4 \leq g(4) \leq g(u_{n+1}) \leq g(6) \leq 6$.

Soit $4 \leq u_{n+2} \leq 6$.

Ainsi $P(n+1)$ est vraie.

Conclusion : Par récurrence, $P(n)$ est vraie pour tout $n \in \mathbb{N}$.

2.b. (u_n) est croissante et majorée par 6, donc convergente (théorème de convergence monotone).

Partie C : Étude de la valeur de la limite

1.a. D'après le tableau de variations, on voit une première solution à $f(2) = 0$. Donc $\alpha = 2$.

Par ailleurs :

- f est continue sur $[3 ; +\infty[$
- $f(3) = \ln(6) - 1 \approx 0{,}79 > 0$
- $\lim\limits_{+\infty} f(x) = -\infty$

D'après le théorème des valeurs intermédiaires, l'équation $f(x) = 0$ possède donc une seconde solution β sur l'intervalle $[3 ; +\infty[$.

1.b. On a vu que $\alpha = 2$.

L'autre solution est trouvable avec la calculatrice : $\beta \approx 5{,}164$.

2. Si $\ell = \lim u_n$, par passage à la limite dans $u_{n+1} = g(u_n)$ (continuité de g), on a alors :

$$\ell = g(\ell) \quad \Leftrightarrow \quad f(\ell) = 0$$

Or $(u_n) \in [4{,}6]$ et, sur cet intervalle, l'unique zéro de f est β. Donc :

$$\ell = \beta \approx 5{,}164$$

La suite (u_n) converge vers la seconde solution de $f(x) = 0$ sur $[2, +\infty[$.

EXERCICE 4 (5 points)

1. On a $f(x) = x\ln x$ sur $]0, +\infty[$.

Intégration par parties avec $u = \ln x$ et $v' = x$, donc $u' = \frac{1}{x}$ et $v = \frac{x^2}{2}$:

$$\int_1^e x\ln x\, dx = \left[\frac{x^2}{2}\ln x\right]_1^e - \int_1^e \frac{x^2}{2}\cdot\frac{1}{x}\, dx = \left[\frac{x^2}{2}\ln x\right]_1^e - \left[\frac{x^2}{4}\right]_1^e$$

$$= \left(\frac{e^2}{2}\cdot 1 - \frac{e^2}{4}\right) - \left(0 - \frac{1}{4}\right) = \frac{e^2+1}{4}$$

Affirmation 1 : Vraie

2. Pour n et k entiers naturels non nuls avec $k \leq n$:

$$n\binom{n-1}{k-1} = n\cdot\frac{(n-1)!}{(k-1)!\,(n-k)!} = \frac{n!}{(k-1)!\,(n-k)!} = k\cdot\frac{n!}{k!\,(n-k)!} = k\binom{n}{k}$$

Affirmation 2 : Vraie

3. La droite d a pour représentation paramétrique :

$$\begin{cases} x = t+1 \\ y = 2t+1 \\ z = -t \end{cases}$$

Pour le point $A(-1;\ -3;\ 2)$, l'égalité $x = -1$ donne $t = -2$.

Alors $y = 2(-2)+1 = -3$ et $z = -(-2) = 2$, ce qui est cohérent. Donc $A \in d$.

Affirmation 3 : Vraie

4. Cherchons une intersection entre la droite d et la droite d' :

$$(1) : t+1 = 2t'-1 \Rightarrow t = 2t'-2$$
$$(2) : 2t+1 = -t'+2$$
$$(3) : -t = t'+1$$

En remplaçant $t = 2t'-2$ dans (2) : $4t'-4+1 = -t'+2 \Rightarrow 5t' = 5 \Rightarrow t' = 1$.

On reporte $t' = 1$ dans (1) : $t = 2\cdot 1 - 2 = 0$.

(3) impose alors $-0 = 1+1$, ce qui est impossible. Donc les droites d et d' ne se coupent pas.

Affirmation 4 : Fausse

5. Plan $P: 2x + y - 2z + 18 = 0$.

Points $A(-1; -3; 2)$ et $B(-5; -5; 6)$.

Vecteur $\overrightarrow{AB} = (-4; -2; 4) = -2\,(2; 1; -2)$.

Le vecteur normal de P est $n = (2; 1; -2)$, donc $P \perp (AB)$.

Milieu $M\left(\frac{-1-5}{2}; \frac{-3-5}{2}; \frac{2+6}{2}\right) = (-3; -4; 4)$.

Vérification : $2 \cdot (-3) + (-4) - 2 \cdot 4 + 18 = -6 - 4 - 8 + 18 = 0$, donc $M \in P$.

Ainsi P est orthogonal à (AB) et passe par le milieu de $[AB]$: c'est le plan médiateur de $[AB]$.

Affirmation 5 : Vraie

_____

Pour accéder à d'autres sujets et corrigés de spé mathématiques au baccalauréat :
www.sujetdebac.fr/annales/specialites/spe-mathematiques/

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.