Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

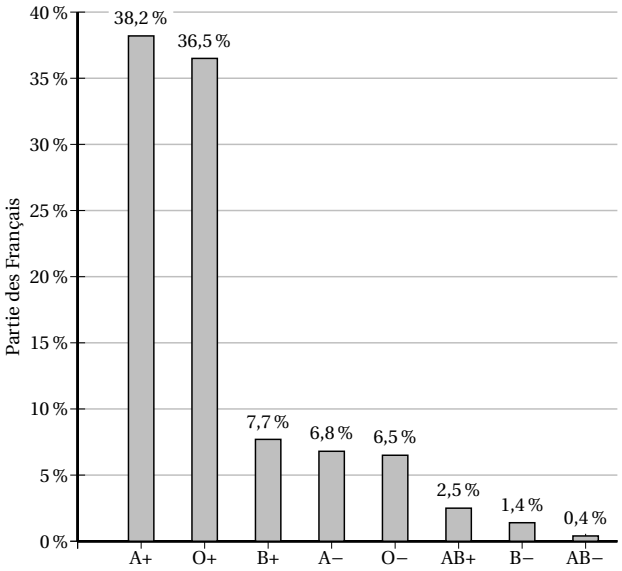
Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour consulter tous nos sujets d'annales et corrigés du Bac Général Maths + HGGSP, veuillez visiter :
bac-maths-hggsp.fr/annales-sujets-et-corriges

Corrigé du Baccalauréat Amérique du Sud 22 novembre 2024
ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ Jour 2

Exercice 1 — 5 points

Voici la répartition des principaux groupes sanguins des habitants de France :



Une expérience aléatoire consiste à choisir une personne au hasard dans la population française et à déterminer son groupe sanguin et son rhésus.

Partie 1

1. Le pourcentage de personne ayant un rhésus positif est : 38,2 + 36,5 + 7,7 + 2,5 soit 84,9 %. Donc la probabilité $P(Rh+)$ que la personne choisie soit de rhésus positif est égale à 0,849.
2. On cherche $P_{Rh+}(A) = \dfrac{P(Rh+\cap A)}{P(Rh+)} = \dfrac{P(A+)}{P(Rh+)}$

   Il y a 38,2 % de personnes A+ dans la population donc $P(A+) = 0{,}382$.

   Donc $P_{Rh+}(A) == \dfrac{0{,}382}{0{,}849} \approx 0{,}450$.
3. Une personne se souvient que son groupe sanguin est AB mais a oublié son rhésus.

   La probabilité que son rhésus soit négatif est : $P_{AB}(Rh-) = \dfrac{P(Rh-\cap AB)}{P(AB)} = \dfrac{P(AB-)}{P(AB)}$.

   Il y a 0,4 % de personnes AB– dans la population donc $P(AB-) = 0{,}004$.

   2,5+0,4 = 2,9 donc il y a 2,9 % de personnes AB dans la population donc $P(AB) = 0{,}029$.

   $\dfrac{0{,}004}{0{,}029} \approx 0{,}138$ donc la probabilité que son rhésus soit négatif est 0,138 à 0,001 près.

Partie 2

Un donneur universel de sang est une personne de groupe sanguin O et de rhésus négatif. On rappelle que 6,5 % de la population française est de groupe O− donc $P(O-) = 0{,}065$.

1. On considère 50 personnes choisies au hasard dans la population française et on note X la variable aléatoire qui compte le nombre de donneurs universels.

a. Le choix au hasard de 50 personnes peut être assimilé à un tirage avec remise donc la variable aléatoire X qui compte le nombre de donneurs universels suit la loi binomiale de paramètres $n = 50$ et $p = 0{,}065$.

La probabilité que 8 personnes soient des donneurs universels est donc :

$P(X = 8) = \binom{50}{8} \times 0{,}065^8 \times (1 - 0{,}065)^{50-8} \approx 0{,}010.$

b. On considère la fonction ci-dessous nommée `proba` d'argument `k` écrite en langage Python.

```
def proba(k):
  p = 0
  for i in range(k+1):
    p = p + binomiale(i , 50 , 0.065)
  return p
```

Cette fonction utilise la fonction `binomiale` d'argument i, n et p, créée pour l'occasion, qui renvoie la valeur de la probabilité $P(X = i)$ dans le cas où X suit une loi binomiale de paramètres n et p.

La valeur numérique renvoyée par la fonction `proba` lorsqu'on saisit `proba(8)` dans la console Python correspond à $P(X \leqslant 8)$ et vaut environ 0,995 ; cela veut dire qu'il y a une probabilité de 0,995 que sur les 50 personnes, il y en ait au plus 8 de groupe O–..

2. On veut déterminer le nombre minimal de personnes à choisir au hasard dans la population française pour que la probabilité qu'au moins une des personnes choisies soit donneur universel, soit supérieure à 0,999.

Autrement dit on cherche n pour que $P(X \geqslant 1) > 0{,}999$, donc en passant par l'événement contraire : $1 - P(X = 0) > 0{,}999$.

Pour une variable aléatoire X qui suit la loi binomiale de paramètres n et $p = 0{,}065$, on a : $P(X = 0) = \binom{50}{0} \times 0{,}065^0 \times (1 - 0{,}06()^n = 0{,}935^n$.

On résout l'inéquation : $1 - 0{,}935^n > 0{,}999$.

$$\begin{aligned}
1 - 0{,}935^n > 0{,}999 &\iff 1 - 0{,}999 > 0{,}935^n \iff 0{,}001 > 0{,}935^n \\
&\iff \ln(0{,}001) > \ln\left(0{,}935^n\right) \quad \text{(croissance de la fonction ln)} \\
&\iff \ln(0{,}001) > n \times \ln(0{,}935) \\
&\iff \frac{\ln(0{,}001)}{\ln(0{,}935)} < n \quad (\text{car } \ln(0{,}935) < 0)
\end{aligned}$$

Or $\dfrac{\ln(0{,}001)}{\ln(0{,}935)} \approx 102{,}8$ donc le nombre minimal de personnes à choisir au hasard dans la population française pour que la probabilité qu'au moins une des personnes choisies soit donneur universel, soit supérieure à 0,999 est $n = 103$.

Exercice 2 — 5 points

Partie 1

$$u_0 = 10 \text{ et pour tout entier naturel } n, u_{n+1} = \frac{1}{3}u_n + 2.$$

1. **Affirmation 1** : Vraie Démonstration par récurrence :

   soit P_n la proposition : « $0 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n$ ».

   Initialisation : $I_0 = 10$ et $I_1 = \dfrac{1}{3} \times 10 + 2 = \dfrac{10}{3} + \dfrac{6}{3} = \dfrac{16}{3} < \dfrac{30}{3}$, soit $0 \leqslant I_1 \leqslant I_0$: la proposition est vraie au rang 0 ;

   Hérédité : supposons que pour $n \in \mathbb{N}$, $0 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n$; il en résulte par produit par le réel positif $\dfrac{1}{3}$ que $0 \leqslant \dfrac{1}{3}u_{n+1} \leqslant \dfrac{1}{3}u_n$ puis par somme avec 2 :

   $2 \leqslant \dfrac{1}{3}u_{n+1} + 2 \leqslant \dfrac{1}{3}u_n + 2$, soit finalement :

   $2 \leqslant u_{n+2} \leqslant u_{n+1}$: la proposition est vraie au rang $n+1$.

   Conclusion : la proposition est vraie au rang 0 et si elle est vraie au rang $n \in \mathbb{N}$ elle l'est aussi au rang $n+1$. D'après le principe de récurrence quel que soit $n \in \mathbb{N}$,

   $0 < 2 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_n$, autrement dit la suite est décroissante et minorée par 0.
2. **Affirmation 2** : Fausse

   En effet dans la question précédente on a montré au moment de l'hérédité que pour $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} \geqslant 2$, donc pour $n \in \mathbb{N}$, $u_n \geqslant 2 > 0$: la limite de la suite ne peut être nulle.
3. **Affirmation 3** : Vraie .

   $v_{n+1} = u_{n+1} - 3 = \dfrac{1}{3}u_n + 2 - 3 = \dfrac{1}{3}u_n - 1 = \dfrac{1}{3}(u_n - 3) = \dfrac{1}{3}v_n$.

   L'égalité $v_{n+1} = \dfrac{1}{3}v_n$ vraie pour tout naturel n montre que le suite (v_n) est une suite géométrique de raison $\dfrac{1}{3}$ et de premier terme $v_0 = u_0 - 3 = 10 - 3 = 7$.

   On sait qu'alors pour $n \in \mathbb{N}$, $v_n = v_0 \times q^n$ (avec q raison de la suite), soit $v_n = 7 \times \left(\dfrac{1}{3}\right)^n$.

   Comme $0 < \dfrac{1}{3} < 1$, on sait que $\lim\limits_{n \to +\infty} v_n = 0$ et il en résulte que $\lim\limits_{n \to +\infty} u_n = 3$, ce qui améliore le résultat de la question précédente.

Partie 2

On considère l'équation différentielle (E) : $y' = \dfrac{3}{2}y + 2$ d'inconnue y, fonction définie et dérivable sur $\mathbb{R}$

1. **Affirmation 4** : Vraie. Il existe une fonction constante solution de l'équation différentielle (E).

   Soit g la fonction constante définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = K$, avec $K \in \mathbb{R}$; alors $g'(x) = 0$.

   g est donc solution de l'équation différentielle si

   $g'(x) = \dfrac{3}{2}g(x) + 2 \iff 0 = \dfrac{3}{2} \times K + 2 \iff \dfrac{3}{2}K = -2 \iff K = -\dfrac{4}{3}$.
2. Dans un repère orthonormé $\left(\text{O} ; \vec{\imath}, \vec{\jmath}\right)$ on note $\mathscr{C}_f$ la courbe représentative de la fonction f solution de (E) telle que $f(0) = 0$.
3. **Affirmation 5** : Vraie La tangente au point d'abscisse 1 de $\mathscr{C}_f$ a pour coefficient directeur $2\text{e}^{\frac{3}{2}}$.

   Soit f une solution sur $\mathbb{R}$ de l'équation (E), alors :

   $f'(x) = \dfrac{3}{2}f(x) + 2$. Or on a vu que $g'(x) = \dfrac{3}{2}g(x) + 2$, d'où par différence membre à membre de ces deux égalités :

   $f'(x) - g'(x) = \dfrac{3}{2}f(x) - \dfrac{3}{2}g(x) \iff f'(x) - g'(x) = \dfrac{3}{2}(f(x) - g(x)) \iff$

   $((f-g)'(x) = \dfrac{3}{2}(f(x) - g(x))$ par linéarité de la dérivation : ceci signifie que la fonction $f-g$ est solution de l'équation $y' = \dfrac{3}{2}y$ dont les solutions sont les fonctions $x \longmapsto K\text{e}^{\frac{3}{2}x}$, avec $K \in \mathbb{R}$.

   On a donc $f(x) - g(x) = f(x) - \left(-\dfrac{4}{3}\right) = K\text{e}^{\frac{3}{2}x}$, avec $K \in \mathbb{R}$.

   Finalement les solutions de (E) sont définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = K\text{e}^{\frac{3}{2}x} - \dfrac{4}{3}$.

   En particulier la fonction f_1 telle que $f_1(0) = 0$ vérifie $K\text{e}^0 - \dfrac{4}{3} \iff K = \dfrac{4}{3}$, donc

   $f_1(x) = \dfrac{4}{3}\text{e}^{\frac{3}{2}x} - \dfrac{4}{3}$.

   Puisque f_1 est une solution de (E), on a $f_1'(1) = \dfrac{3}{2}f(1) + 2 = \dfrac{3}{2}\left[\dfrac{4}{3}\text{e}^{\frac{3}{2}\times 1} - \dfrac{4}{3}\right] + 2 =$

   $2\text{e}^{\frac{3}{2}} - 2 + 2 = 2\text{e}^{\frac{3}{2}}$. Le nombre dérivé en 1 est égal à la pente de la tangente à la courbe représentative de f_1 au point d'abscisse 1.

Exercice 3 — 5 points

Partie 1

On considère la fonction f définie sur l'ensemble des nombres réels $\mathbb{R}$ par :

$$f(x) = \left(x^2 - 4\right)\text{e}^{-x}.$$

1. Limites :

   • : en $-\infty$: de $\lim\limits_{x\to-\infty} x^2 = +\infty$ d'où $\lim\limits_{x\to-\infty} x^2 - 4 = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to-\infty} \text{e}^{-x} = +\infty$ on en déduit par produit de limites que $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = +\infty$;

   • : en $+\infty$ $f(x) = x^2\text{e}^{-x} - 4\text{e}^{-x}$: on sait que

$\lim\limits_{x\to+\infty} 4\mathrm{e}^{-x} = 0$ et que $\lim\limits_{x\to+\infty} x^2\mathrm{e}^{-x} = \lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{x^2}{\mathrm{e}^x} = 0$ (puissances comparées), donc :
$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 0$.

2. f est dérivable comme produit de deux fonctions dérivables sur $\mathbb{R}$. Sur cet intervalle :
$f'(x) = 2x\mathrm{e}^{-x} + \left(x^2-4\right)\times(-1)\mathrm{e}^{-x} = \mathrm{e}^{-x}(2x - x^2 + 4) = \left(-x^2+2x+4\right)\mathrm{e}^{-x}$.

3. On sait que quel que soit $x \in \mathbb{R}, \mathrm{e}^{-x} > 0$, donc le signe de $f'(x)$ est celui du trinôme $-x^2+2x+4$.

On a $-x^2+2x+4 = -\left(x^2-2x-4\right) = -\left[(x-1)^2-1-4\right] = -\left[(x-1)^2-5\right] =$
$-x^2+2x+4 = -\left(x-1+\sqrt{5}\right)\left(x-1-\sqrt{5}\right)$: ce trinôme a deux racines $1-\sqrt{5}$ et $1+\sqrt{5}$.

On sait que le trinôme a le signe de $a = -1$, donc est négatif sauf sur l'intervalle
$\left[1-\sqrt{5}\,;\,1+\sqrt{5}\right]$ où il est positif.

On a donc le tableau de variations :

x	$-\infty$		$1-\sqrt{5}$		0		$1+\sqrt{5}$		$+\infty$
$f'(x)$		$-$	0	$+$		$+$	0	$-$	
f	$+\infty$	↘	$\approx -8{,}5$	↗	-4	↗	$\approx 0{,}25$	↘	0

On a $f\left(1-\sqrt{5}\right) = \left(2-2\sqrt{5}\right)\mathrm{e}^{\sqrt{5}-1} \approx -8{,}5$;
$f\left(1+\sqrt{5}\right) = \left(2+2\sqrt{5}\right)\mathrm{e}^{\sqrt{5}-+1} \approx 0{,}25$;
$f(0) = -4$

Partie 2

On considère la suite (I_n) définie pour tout entier naturel n par $I_n = \displaystyle\int_{-2}^{0} x^n\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x$.

1. $I_0 = \displaystyle\int_{-2}^{0} \mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x = \left[-\mathrm{e}^{-x}\right]_{-2}^{0} = -\mathrm{e}^0 - \mathrm{e}^2 = \mathrm{e}^2 - 1$.

2. On calcule I_n en faisant une intégration par partie : on a

$$\begin{cases} u(x) = \mathrm{e}^{-x} & u'(x) = -\mathrm{e}^{-x} \\ v'(x) = x^n & v(x) = \dfrac{x^{n+1}}{n+1} \end{cases}$$ on a

$I_n = \left[\mathrm{e}^{-x}\times\dfrac{x^{n+1}}{n+1}\right]_{-2}^{0} - \displaystyle\int_{-2}^{0} -\mathrm{e}^{-x}\frac{x^{n+1}}{n+1} = 0 - \frac{(-2)^{n+1}\mathrm{e}^2}{n+1} + \frac{1}{n+1}\int_{-2}^{0}\mathrm{e}^{-x}x^{n+1}\,\mathrm{d}x =$
$-\dfrac{(-2)^{n+1}\mathrm{e}^2}{n+1} + \dfrac{I_{n+1}}{n+1}$,

donc $I_n = -\dfrac{(-2)^{n+1}\mathrm{e}^2}{n+1} + \dfrac{I_{n+1}}{n+1}$ et en multipliant chaque membre par $n+1$,
$(n+1)I_n = -(-2)^{n+1}\mathrm{e}^2 + I_{n+1} \iff I_{n+1} = (-2)^{n+1}\mathrm{e}^2 + (n+1)I_n$.

Rem. On peut aussi intégrer par partie I_{n+1}.

3. L'égalité précédente donne avec :

- $n=0$: $I_1=(-2)^1\mathrm{e}^2+I_0=-2\mathrm{e}^2+\mathrm{e}^2-1=-\mathrm{e}^2-1$,
- $n=1$: $I_2=(-2)^2\mathrm{e}^2+I_1=4\mathrm{e}^2-2\mathrm{e}^2-2=2\mathrm{e}^2-2$.

Partie 3

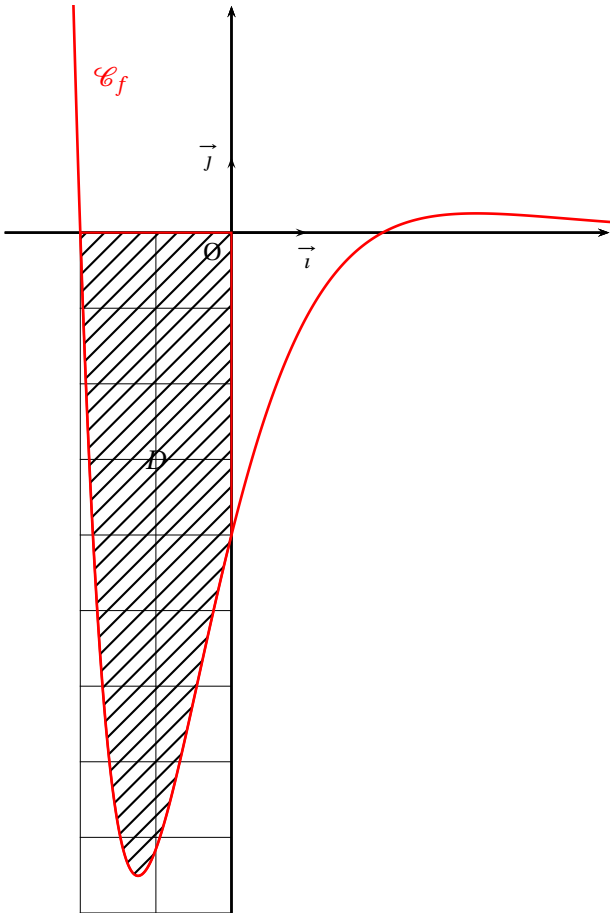
1. f a le signe du trinôme x^2-4 car quel que soit $x\in\mathbb{R}$, $\mathrm{e}^{-x}>0$.

Comme $x^2-4=(x+2)(x-2)$ ce trinôme a le signe de $a=1$ donc est positif, sauf sur l'intervalle borné par les deux racines soit sur l'intervalle $]-2\,;\,2[$ où $f'x)<0$.

Donc sur l'intervalle $]-2\,;\,2[$, $f(x)<0$ et sur $]-\infty\,;\,-2[\cup]2\,;\,+\infty[$, $f(x)>0$.

2. $\mathscr{C}_f$ coupe l'axe des abscisses au point d'abscisse -2 t on vient de voir que sur l'intervalle $]-2\,,\,0[$, $f(x)<0$, donc l'aire S du domaine D est égale à l'opposé de l'intégrale de la fonction d de $x=-2$ à $x=0$.

$\text{aire}(D)=-\displaystyle\int_{-2}^{0}f(x)\,\mathrm{d}x=-\int_{-2}^{0}\left(x^2-4\right)\mathrm{e}^{-x}\,\mathrm{d}x=-\int_{-2}^{0}x^2\mathrm{e}^{-x}+4\int_{-2}^{0}\mathrm{e}^{-x}=-I_2+4I_0=4\left(-\mathrm{e}^2-1\right)-\left(2\mathrm{e}^2-2\right)=2\mathrm{e}^2-2\approx 12{,}78$ (ce que l'on peut conforter avec la figure).



Exercice 4 — 5 points

L'espace est muni d'un repère orthonormé $\left(O\,;\,\vec{\imath}\,,\,\vec{\jmath}\,,\,\vec{k}\right)$.

On considère les trois points A(3 ; 0 ; 0), B(0 ; 2 ; 0) et C(0 ; 0 ; 2).

Partie 1 : Distance du point O au plan (ABC)

1. Soit le vecteur $\vec{n}\,(2\,;\,3\,;\,3)$.

- Le vecteur $\overrightarrow{AB}$ a pour coordonnées $(-3\,;2\,;0)$.
  $\overrightarrow{AB}\cdot\vec{n} = -3\times 2+2\times 3+0\times 3 = 0$ donc $\overrightarrow{AB}\perp\vec{n}$
- Le vecteur $\overrightarrow{AC}$ a pour coordonnées $(-3\,;0\,;2)$.
  $\overrightarrow{AC}\cdot\vec{n} = -3\times 2+0\times 3+2\times 3 = 0$ donc $\overrightarrow{AC}\perp\vec{n}$

Le vecteur $\vec{n}$ est donc orthogonal aux deux vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ non colinéaires, donc il est normal au plan (ABC).

2. Le plan (ABC) est l'ensemble des points M de coordonnées $(x\,;y\,;z)$ tels que $\overrightarrow{AM}\perp\vec{n}$.

Le vecteur $\overrightarrow{AM}$ a pour coordonnées $(x-3\,;\,y\,;\,z)$.

$\overrightarrow{AM}\perp\vec{n} \iff \overrightarrow{AM}\cdot\vec{n} = 0 \iff 2(x-3)+3y+3z = 0 \iff 2x+3y+3z-6 = 0$

Le plan (ABC) a donc pour équation cartésienne :

$$M(x\,;\,y\,;\,z)\in \text{ABC} \iff 2x+3y+3z-6=0.$$

3. La droite d passant par O et de vecteur directeur $\vec{n}$ est l'ensemble des points M de coordonnées $(x\,;y\,;z)$ tels que $\overrightarrow{OM}$ et $\vec{n}$ soient colinéaires, c'est-à-dire tels que $\overrightarrow{OM} = t.\vec{n}$ où $t\in\mathbb{R}$.

Le vecteur $\overrightarrow{OM}$ a pour coordonnées $(x\,;y\,;z)$. Or $\overrightarrow{OM} = t.\vec{n} \iff \begin{cases} x &= 2t\\ y &= 3t\\ z &= 3t\end{cases}$

La droite d passant par O et de vecteur directeur $\vec{n}$ a donc pour représentation paramétrique : $\begin{cases} x &= 2t\\ y &= 3t\\ z &= 3t\end{cases}\quad t\in\mathbb{R}$

4. On note H le point d'intersection de la droite d et du plan (ABC).

Les coordonnées de H vérifient le système $\begin{cases} x &= 2t\\ y &= 3t\\ z &= 3t\\ 2x+3y+3z-6 &= 0\end{cases}$

On a donc : $2(2t)+3(3t)+3(3t)-6=0$, donc $22t=6$ donc $t=\dfrac{3}{11}$.

Les coordonnées de H sont donc : $\left(\dfrac{6}{11}\,;\,\dfrac{9}{11}\,;\,\dfrac{9}{11}\right)$.

5. La distance du point O au plan (ABC) est OH.

$\text{OH}^2 = \left(\dfrac{6}{11}\right)^2+\left(\dfrac{9}{11}\right)^2+\left(\dfrac{9}{11}\right)^2 = \dfrac{36+81+81}{11^2} = \dfrac{198}{11^2}$ donc $\text{OH} = \dfrac{\sqrt{198}}{11} = \dfrac{3\sqrt{22}}{11}$.

Partie 2 : Démonstration de la propriété

1. En prenant pour base le triangle OAB et pour hauteur OC, le volume du tétraèdre OABC vaut $\dfrac{\text{OC} \times \text{aire(OAB)}}{3}$.

OC = 2 et aire(OAB) = $\dfrac{\text{OA} \times \text{OB}}{2} = \dfrac{3 \times 2}{3} = 3$

Le volume du tétraèdre OABC est donc égal à $\dfrac{2 \times 3}{3} = 2$.

2. En prenant pour base le triangle ABC et pour hauteur OH, le volume du tétraèdre OABC vaut $\dfrac{\text{OH} \times \text{aire(ABC)}}{3}$.

Ce volume vaut 2 et OH = $\dfrac{3\sqrt{22}}{11}$, donc $2 = \dfrac{\frac{3\sqrt{22}}{11} \times \text{aire(ABC)}}{3}$.

On en déduit que : aire(ABC) = $\dfrac{6}{\text{OH}} = \dfrac{6}{\frac{3\sqrt{22}}{11}} = \dfrac{6 \times 11}{3\sqrt{22}} = \dfrac{22}{\sqrt{22}} = \sqrt{22}$.

3. Soit la propriété : pour le tétraèdre OABC, « le carré de l'aire du triangle ABC est égal à la somme des carrés des aires des trois autres faces du tétraèdre ».

- aire(OAB) = 3 donc $(\text{aire(OAB)})^2 = 9$
- aire(OAC) = $\dfrac{\text{OA} \times \text{OC}}{2} = \dfrac{3 \times 2}{2} = 3$ donc $(\text{aire(OAC)})^2 = 9$
- aire(OBC) = $\dfrac{\text{OB} \times \text{OC}}{2} = \dfrac{2 \times 2}{2} = 2$ donc $(\text{aire(OBC)})^2 = 4$

Donc $(\text{aire(OAB)})^2 + (\text{aire(OAC)})^2 + (\text{aire(OBC)})^2 = 9 + 9 + 4 = 22$.

Comme aire(OABC) = $\sqrt{22}$, on a :
$(\text{aire(OABC)})^2 = 22 = (\text{aire(OAB)})^2 + (\text{aire(OAC)})^2 + (\text{aire(OBC)})^2$.

La propriété est vérifiée.

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.