Ce document a été mis en ligne par l'organisme FormaV®.

Toute reproduction, représentation ou diffusion, même partielle, sans autorisation préalable, est strictement interdite.

Pour consulter tous nos sujets d'annales et corrigés du Bac Général Maths + HGGSP, veuillez visiter :
bac-maths-hggsp.fr/annales-sujets-et-corriges

Corrigé du baccalauréat Nouvelle-Calédonie

26 octobre 2022 Jour 1

ÉPREUVE D'ENSEIGNEMENT DE SPÉCIALITÉ

Durée de l'épreuve : **4 heures**

EXERCICE 1 7 points **probabilités**

$$f(x) = x^2 - 6x + 4\ln(x).$$

1. **a.** On a $\lim\limits_{x\to 0} x^2 = \lim\limits_{x\to 0} -6x = 0$ et $\lim\limits_{x\to 0} \ln x = -\infty$, donc $\lim\limits_{x\to 0} -4\ln x = -\infty$ et par somme de limites : $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = -\infty$.

Graphiquement ce résultat montre que la droite d'équation $x = 0$ (axe des ordonnées est asymptotoe verticale à $\mathscr{C}_f$ au voisinage de 0.

b. On a puisque $x > 0$, $x^2 - 6x = x^2\left(1 - \dfrac{6}{x}\right)$.

- $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{6}{x} = 0$, donc
- $\lim\limits_{x\to+\infty} 1 - \dfrac{6}{x} = 1$ (par somme de limites), puis
- $\lim\limits_{x\to+\infty} x^2 = +\infty$, d'où
- $\lim\limits_{x\to+\infty} x^2\left(1 - \dfrac{6}{x}\right) = +\infty$ (par produit de limites) ; enfin
- $\lim\limits_{x\to+\infty} \ln(x) = +\infty$, donc finalement :

$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ (par somme de limites).

2. **a.** Sur l'intervalle $]0\,;\,+\infty[$, f est dérivable et sur cet intervalle :

$f'(x) = 2x - 6 + 4 \times \dfrac{1}{x} = \dfrac{2x^2 - 6x + 4}{x}$.

b. Comme $x > 0$, le signe du quotient est celui du numérateur, donc du trinôme $2x^2 - 6x + 4$ ou plus simplement du trinôme $x^2 - 3x + 2$.

Celui-ci a une racine évidente : 1 et l'autre 2 (puisque le produit des racines est 2).

On alors que $f'(x)$ est positif sauf sur l'intervalle $]1\,;\,2[$ où $f'(x) < 0$

La fonction f est donc croissante sauf sur l'intervalle $]1\,;\,2[$ où elle est décroissante.

On a $f(1) = 1 - 6 + 4\ln 1 = 0 - 5 = -5$ et $f(2) = 4 - 12 + 4\ln 2 = 4\ln 2 - 8 \approx -5{,}23$.

D'où le tableau de variations :

x	0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	0	$+$	
f	$-\infty$	↗	-5	↘	$\ln(2)-8$	↗	$+\infty$

3. • On a $f(4) = 16-24+4\ln 4 = -8+8\ln 2 \approx -2{,}45$ et $f(5) = 25-30+4\ln 25 = 4\ln 5 - 5 \approx 1{,}44$;

• Sur l'intervalle $[4\,;5]$, la fonction est continue car dérivable et strictement croissante de $f(4) < 0$ à $f(5) > 0$, donc :

d'après le théorème des valeurs intermédiaires, il existe un réel unique $\alpha \in]4\,;5[$ tel que $f(\alpha) = 0$.

4. $f''(x) = \dfrac{2x^2-4}{x^2}$.

a. On a $2x^2-4 = 0 \iff 2\left(x^2-2\right) = 0 \iff x^2-2 = 0 \iff \left(x+\sqrt{2}\right)\left(x-\sqrt{2}\right) = 0 \iff \begin{cases} x+\sqrt{2} = 0 \\ x-\sqrt{2} = 0 \end{cases} \iff \begin{cases} x = -\sqrt{2} \\ x = \sqrt{2} \end{cases}$

Le trinôme, donc $f''(x)$ est positif sauf sur l'intervalle $\left]-\sqrt{2}\,;\,\sqrt{2}\right[$ ou ici puisque $x > 0$, $f''(x)$ est positif sauf sur l'intervalle $\left]0\,;\,\sqrt{2}\right[$. Conclusion :

- Sur l'intervalle $\left]0\,;\,\sqrt{2}\right]$, $f''(x) < 0$, la fonction f est concave ;
- Sur l'intervalle $\left]\sqrt{2}\,;\,+\infty\right]$, $f''(x) > 0$, la fonction f est convexe ;
- $f''\left(\sqrt{2}\right) = 0$: le point d'abscisse $\sqrt{2}$, donc d'ordonnée $f() = 2-6\sqrt{2}+4\ln\sqrt{2} = 2-6\sqrt{2}+4\times\dfrac{1}{2}\ln 2 = 2-6\sqrt{2}+2\ln 2$ est le point d'inflexion de $\mathscr{C}_f$, car en ce point la dérivée seconde s'annule en changeant de signe.

b. • Pour $k \in]0\,;\,\sqrt{2}[$, $[AM_k]$ est une corde de la courbe d'une fonction concave donc $[AM_k]$ est en dessous de $\mathscr{C}_f$.

• Pour $k \in]\sqrt{2}\,;\,+\infty[$, $[AM_k]$ est une corde de la courbe d'une fonction convexe donc $[AM_k]$ est au-dessus de $\mathscr{C}_f$.

EXERCICE 2 7 points — probabilités

$$f(x) = x^3\,\mathrm{e}^{\,x}.$$

1. On définit la suite (u_n) par $u_0 = -1$ et, pour tout entier naturel n, $u_{n+1} = f(u_n)$.

a. • $u_1 = (-1)^3\,\mathrm{e}^{\,-1} = -\,\mathrm{e}^{\,-1} = -\dfrac{1}{\mathrm{e}} \approx -0{,}368$;

• $u_2 = f(u_1) = \left(-\,\mathrm{e}^{\,-1}\right)^3\left(\mathrm{e}^{\,-\mathrm{e}^{\,-1}}\right) = -\,\mathrm{e}^{\,-3}\times\left(\mathrm{e}^{\,-\mathrm{e}^{\,-1}}\right) = -\,\mathrm{e}^{\,-3-\mathrm{e}^{\,-1}} \approx -0{,}034$.

b. On a `fonc(2)` $= u_2 \approx -0{,}034$.

2. **a.** En dérivant $f(x)$ comme un produit on obtient :

$f'(x) = 3x^2\,\mathrm{e}^{\,x} + x^3\,\mathrm{e}^{\,x} = x^2\,\mathrm{e}^{\,x}(3+x)$.

b.

x	$-\infty$		-3		$+\infty$
f	0	$\searrow$	$-27\,\mathrm{e}^{-3}$	$\nearrow$	$+\infty$

• Quel que soit le réel x, $x^2 \geqslant 0$ et $\mathrm{e}^{x} > 0$, donc le signe de $f'(x)$ est celui de $3+x$ qui s'annule pour $x = -3$, d'où les deux intervalles de variations ;

$3+x < 0 \iff x < -3$: sur $]-\infty\,;\,-3[$, $f'(x) < 0$: la fonction f est donc décroissante sur $]-\infty\,;\,-3[$;

$3+x > 0 \iff x > -3$: sur $]-3\,;\,+\infty[$, $f'(x) > 0$: la fonction f est donc croissante sur $]-3\,;\,+\infty[$;

$f(-3) = (-3)^3 \times \mathrm{e}^{-3} = -27\,\mathrm{e}^{-3} = -\dfrac{27}{\mathrm{e}^3} \approx -1{,}344$ est le minimum de la fonction sur $\mathbb{R}$.

• On a $f(0) = 0^3 \times \mathrm{e}^0 = 0 \times 1 = 0$;

• De $\lim\limits_{x\to+\infty} x^3 = +\infty$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \mathrm{e}^{x} = +\infty$, on a par produit de limites $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$.

c. *Initialisation* : avec $u_0 = -1$ et $u_1 \approx -0{,}368$, on a bien : $-1 \leqslant u_0 \leqslant u_1 \leqslant 0$: l'encadrement est vrai au rang 0.

Hérédité : soit $n \in \mathbb{N}$ et supposons que $-1 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 0$.

On a vu que sur l'intervalle $]-3\,;\,+\infty[$, donc a fortiori sur l'intervalle $]-1\,;\,+\infty[$, la fonction est strictement croissante.

On a donc par croissance de f : $f(-1) \leqslant f(u_n) \leqslant f(u_{n+1}) \leqslant f(0)$, ou encore :

$u_1 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_{n+2} \leqslant f(0)$

et comme $u_1 \approx -0{,}338$, $-1 \leqslant u_1$ et $f(0) = 0$, on a bien :

$-1 \leqslant u_{n+1} \leqslant u_{n+2} \leqslant 0$.

La relation est vraie au rang $n+1$.

Conclusion : l'encadrement est vrai au rang 0 et s'il est vrai au rang n, $n \in \mathbb{N}$, il est encore vrai au rang $n+1$: d'après le principe de récurrence, pour tout entier naturel n, on a : $1 \leqslant u_n \leqslant u_{n+1} \leqslant 0$.

d. La question précédente montre que :

• la suite (u_n) est croissante ;

• la suite (u_n) est majorée par 0 ;

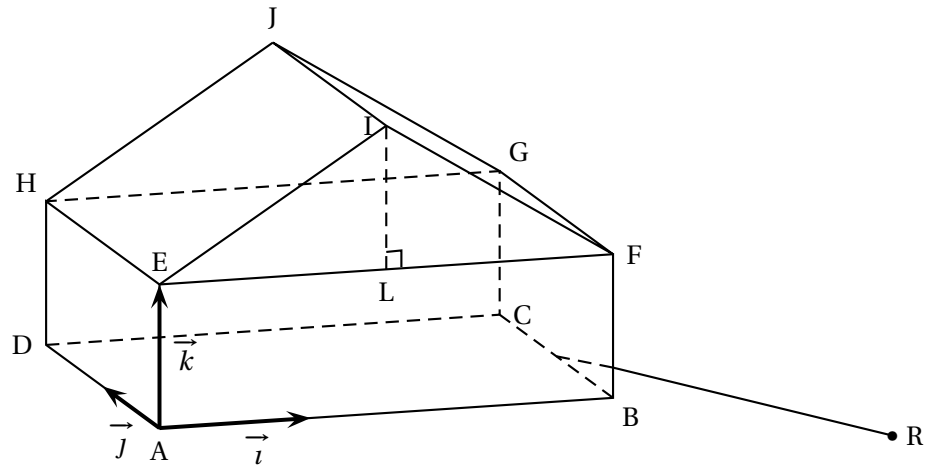
La suite (u_n) est donc convergente vers une limite ℓ, avec $\ell \leqslant 0$.

e. On résout dans $]-1\,;\,0[$, (car d'après la question précédente tous les termes de la suite appartiennent à cet intervalle) l'équation :

$f(x) = x \iff x^3\,\mathrm{e}^{x} = x \iff x^3\,\mathrm{e}^{x} - x = 0 \iff x\left(x^2\,\mathrm{e}^{x} - 1\right) = 0 \iff x = 0$, car on admet que l'équation $x^2\,\mathrm{e}^{x} - 1 = 0$ n'a pas de solution dans l'intervalle $]-1\,;\,0[$.

Conclusion $\ell = \lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$.

EXERCICE 3 7 points



1. On a $\overrightarrow{AG} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AE} = 3\vec{\imath} + 2\vec{j} + \vec{k}$. Donc G(3 ; 2 ; 1).

2. On sait que $M(x\,;\,y\,;\,z) \in$ (EHI) $\iff 2x + 0y - 3z = d$, avec $d \in \mathbb{R}$.
Ainsi, par exemple E(0 ; 0 ; 1) $\in$ (EHI) $\iff 2\times 0 + 0\times 0 - 3\times 1 = d \iff d = -3$.
Donc $M(x\,;\,y\,;\,z) \in$ (EHI) $\iff 2x - 3z = -3$

3. Puisque (EIF) est isocèle en I le projeté orthogonal de I sur [EF] est le milieu de [EF] ; ces deux points ont donc la même abscisse qui est aussi celle du milieu de [AB] soit $\dfrac{3}{2}$.
L'ordonnée de I est aussi celle de E soit 0, enfin
$\text{I}\left(\dfrac{3}{2}\,;\,0\,;\,z\right) \in$ (EHI) $\iff 2\times\dfrac{3}{2} - 3z = -3 \iff 3z = 3+3 \iff z = 2$. Donc $\text{I}\left(\dfrac{3}{2}\,;\,0\,;\,2\right)$.

4. • Avec le produit scalaire : avec E(0 ; 0 ; 1) et F(3 ; 0 ; 1), on a $\overrightarrow{\text{IE}}\begin{pmatrix}-\frac{3}{2}\\0\\-1\end{pmatrix}$ et $\overrightarrow{\text{IF}}\begin{pmatrix}\frac{3}{2}\\0\\-1\end{pmatrix}$, donc :

$\text{IE}^2 = \dfrac{9}{4} + 0 + 1 = \dfrac{13}{4}$, d'où $\text{IE} = \dfrac{\sqrt{13}}{2}$;
$\text{IF}^2 = \dfrac{9}{4} + 0 + 1 = \dfrac{13}{4}$, d'où $\text{IF} = \dfrac{\sqrt{13}}{2}$;
Donc $\overrightarrow{\text{IE}}\cdot\overrightarrow{\text{IF}} = \text{IE}\times\text{IF}\times\cos\left(\overrightarrow{\text{IF}}\,;\,\right)$, soit :
$-\dfrac{9}{4} + 0 + 1 = \dfrac{\sqrt{13}}{2}\times\dfrac{\sqrt{13}}{2}\times\cos\left(\overrightarrow{\text{IE}}\,;\,\overrightarrow{\text{IF}}\right) \iff \dfrac{-5}{4} = \dfrac{13}{4}\times\cos\left(\overrightarrow{\text{IE}}\,;\,\overrightarrow{\text{IF}}\right)$.
Finalement $\cos\left(\overrightarrow{\text{IE}}\,;\,\overrightarrow{\text{IF}}\right) = \dfrac{\frac{-5}{4}}{\frac{13}{4}} = -\dfrac{5}{13}$. La calculatrice donne $\left(\overrightarrow{\text{IE}}\,;\,\overrightarrow{\text{IF}}\right) \approx 112{,}6°$.

• Avec le triangle (IEL) rectangle en L (L projeté orthogonal de I sur (EF) :
On a $\text{L}\left(\dfrac{3}{2}\,;\,0\,;\,1\right)$, donc $\text{IL}^2 = 0 + 0 + 1^2 = 1$, d'où IL = 1 ;

On a vu que EI$=\dfrac{\sqrt{13}}{2}$, d'où $\cos\left(\widehat{\text{EIL}}\right)=\dfrac{\text{IL}}{\text{IE}}=\dfrac{1}{\frac{\sqrt{13}}{2}}=\dfrac{2}{\sqrt{13}}$: la calculatrice donne $\left(\widehat{\text{EIL}}\right)\approx 56{,}30°$; donc $\widehat{\text{EIF}}=2\widehat{\text{EIL}}\approx 2\times 56{,}30$, soit finalement $\widehat{\text{EIF}}\approx 112{,}6°$.

5. **a.** On sait que $M(x\,;\,y\,;\,z)\in\Delta \iff \overrightarrow{\text{R}M}=t\,\vec{u} \iff \begin{cases} x-6 &=& -3t \\ y+3 &=& 4t \\ z+1 &=& 1t \end{cases}, (t\in\mathbb{R}) \iff$

$$\begin{cases} x &=& 6-3t \\ y &=& -3+4t \\ z &=& -1+t \end{cases}, \quad (t\in\mathbb{R}).$$

b. K$(x\,;\,y\,;\,z)$ est commun à Δ et au plan (BFG) si ses coordonnées vérifient les équations paramétriques de Δ et l'équation cartésienne du plan (BFG) soit si le triplet de réels $(x\,;\,y\,;\,z)$ vérifie le système :

$$\begin{cases} x &=& 6-3t \\ y &=& -3+4t \\ z &=& -1+t \\ x &=& 3 \end{cases} \iff \begin{cases} 3 &=& 6-3t \\ y &=& -3+4t \\ z &=& -1+t \\ x &=& 3 \end{cases} \iff \begin{cases} 3t &=& 3 \\ y &=& -3+4t \\ z &=& -1+t \\ x &=& 3 \end{cases} \iff$$

$$\begin{cases} t &=& 1 \\ y &=& -3+4 \\ z &=& -1+1 \\ x &=& 3 \end{cases} \iff \begin{cases} t &=& 1 \\ y &=& 1 \\ z &=& 0 \\ x &=& 3 \end{cases}$$

Conclusion : K(3 ; 1 ; 0).

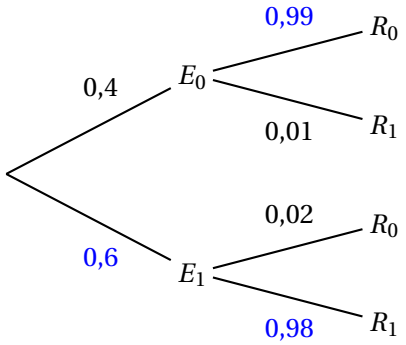
c. Avec B(3 ; 0 ; 0) et C(3 ; 2 ; 0) on remarque que les coordonnées de K sont les demi-sommes des coordonnées de B et de C, donc que K est le milieu du segment [BC].

EXERCICE 4 7 points

Principaux domaines abordés : probabilités.

On peut compléter l'arbre pondéré :

- E_0 : « le bit envoyé est un 0 » ;
- E_1 : « le bit envoyé est un 1 » ;
- R_0 : « le bit reçu est un 0 »
- R_1 : « le bit reçu est un 1 ».



On sait que :

$p(E_0)=0{,}4$; $\quad p_{R_0}(R_1)=0{,}01$; $\quad p_{R_1}(R_0)=0{,}02$.

On rappelle que la probabilité conditionnelle de A sachant B est notée $p_B(A)$.

On peut ainsi représenter la situation par l'arbre de probabilités ci-dessus.

1. $p(E_0\cap R_0)=p(E_0)\times p_{E_0}(R_0)=0{,}4\times 0{,}99=0{,}396$.

2. On a aussi $p(E_1 \cap R_0) = p(E_1) \times p_{E_1}(R_0) = 0{,}6 \times 0{,}02 = 0{,}012$.

D'après la loi des probabilités totales : $p(R_0) = p(E_0 \cap R_0) + p(E_1 \cap R_0) = 0{,}396 + 0{,}012 = 0{,}408$.

3. Avec $p(R_1) = 1 - p(R_0) = 1 - 0{,}408 = 0{,}592$;

$p_{R_1}(E_0) = \dfrac{p(R_1 \cap E_0)}{p(R_1)} = \dfrac{p(E_0 \cap R_1)}{p(R_1)} = \dfrac{0{,}4 \times 0{,}01}{0{,}592} = \dfrac{0{,}004}{0{,}592} \approx 0{,}006\,7$, soit environ 0,007 au millième près.

4. On a p(erreur de transmission) $= p(E_0 \cap R_1) + p(E_1 \cap R_0) = 0{,}4 \times 0{,}01 + 0{,}6 \times 0{,}02 = 0{,}004 + 0{,}012 = 0{,}016$.

Un message de longueur huit bits est appelé un octet.

On admet que la probabilité qu'un octet soit transmis sans erreur est égale à 0,88.

5. On a une loi binomiale de paramètres $n = 10$ et $p = 0{,}88$. Si x est la variable aléatoire égal au nombre d'octets transmis sans erreur, on a :

$p(X = 7) = \binom{10}{7} \times 0{,}88^7 \times (1 - 0{,}88)^{10-7} = \binom{10}{7} \times 0{,}88^7 \times (0{,}12)^3 \approx 0{,}084\,7$ soit 0,085 au millième près.

6. On a $p(X \geqslant 1) = 1 - p(X = 0) = 1 - \binom{10}{0} 0{,}88^0 \times 0{,}12^{10} = 1 - 0{,}12^{10}$.

7. On a $p(X = 18) = 0{,}88^{18} \approx 0{,}109 > 0{,}1$. Donc $N_0 = 18$.

Copyright © 2027 FormaV®. Tous droits réservés.

FormaV® est une marque déposée auprès de l'INPI sous le numéro 5227897.

Ce document a été élaboré par FormaV® avec le plus grand soin afin d'accompagner chaque apprenant vers la réussite de ses examens. Son contenu (textes, graphiques, méthodologies, tableaux, exercices, concepts, mises en forme) constitue une œuvre protégée par le droit d'auteur.

Toute copie, partage, reproduction, diffusion ou mise à disposition, même partielle, gratuite ou payante, est strictement interdite sans accord préalable et écrit de FormaV®, conformément aux articles L.111-1 et suivants du Code de la propriété intellectuelle. Dans une logique anti-plagiat, FormaV® se réserve le droit de vérifier toute utilisation illicite, y compris sur les plateformes en ligne ou sites tiers.

En utilisant ce document, vous vous engagez à respecter ces règles et à préserver l'intégrité du travail fourni. La consultation de ce document est strictement personnelle.

Merci de respecter le travail accompli afin de permettre la création continue de ressources pédagogiques fiables et accessibles.